MASTER EN SCIENCES MATHÉMATIQUES

Analyse, en termes de praxéologies, du thème de la cinématique dans les manuels de physique

Lamelyn, Lucille

Award date:
2018

Awarding institution:
Universite de Namur

UNIVERSITE DE NAMUR

Faculté des Sciences

Analyse, en termes de praxéologies, du thème de la cinématique dans les manuels de physique

Mémoire présenté pour l'obtention du grade académique

de master en Sciences Mathématiques à Finalité Didactique

Lucille LAMELYN

Juin 2018

UNIVERSITE DE NAMUR

Faculté des Sciences

Analyse, en termes de praxéologies, du thème de la cinématique dans les manuels de physique

Réalisé par Lucille LAMELYN

Dirigé par Valérie HENRY

Mémoire présenté pour l'obtention du grade académique

de master en Sciences Mathématiques à Finalité Didactique

Juin 2018

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont aidée de près ou de loin dans la rédaction de ce mémoire.

Tout d'abord, je souhaite exprimer toute ma reconnaissance à Madame Valérie Henry qui a dirigé mon mémoire. Elle m'a guidée dans mes recherches, a toujours su consacrer du temps pour répondre à mes questionnements et m'a aidée à trouver des solutions pour progresser. Merci pour son encadrement et ses conseils précieux.

Merci également à Monsieur Eric Boucher et Madame Fabienne Rappe, mes maîtres de stages qui, de par leurs encouragements positifs et leurs conseils n'ont fait que renforcer mon désir d'enseigner. Je les remercie de leur disponibilité et de la confiance totale qu'ils m'ont accordée, me permettant librement de construire mes cours.

Merci à mes parents, Maryse et Marc, pour leur soutien, encouragements et relectures. Ils ont toujours été présents dans les bons comme dans les mauvais moments. Je leur suis également redevable de l'éducation reçue et des valeurs inculquées. Merci à ma sœur Camille et mon frère Théo pour la joie de vivre qu'ils m'apportent. Merci à eux d'avoir accepté de tester mes dispositifs didactiques. Merci à toi Clothilde, ma cousine, de t'être proposée pour la relecture. Tes remarques judicieuses ont apporté un plus à mon mémoire.

A vous, Virginie et Christian, j'adresse toute ma gratitude. Merci pour ces journées, ces soirées et ces nuits de travail. Vous avez fait de ces moments des souvenirs inoubliables. Merci de votre soutien moral mais aussi intellectuel tout au long de mon parcours. Merci à toi Jean-Lou pour les différents conseils et explications échangés ainsi que pour ton soutien.

Merci à Messieurs Juan Opsomer et Marius Godart, respectivement professeurs de physique et mathématiques/physique au Collège Sainte-Marie de Mouscron, avec qui j'ai pu échanger sur le sujet de mon mémoire. Je suis également reconnaissante à l'égard de Monsieur Alexandre Vanhoutte, professeur d'étude du milieu et de sciences économiques au Collège Sainte-Marie de Mouscron, qui, au fil de nos rencontres, a parlé avec tant d'admiration et de motivation de ses élèves et de son rôle d'enseignant. Merci à lui pour le soutien, l'écoute et l'engagement qu'il leur apporte, signes de sa belle conscience professionnelle.

Merci à Madame Virginie Vandevene, ex-enseignante de mathématiques, qui a pris la peine de s'intéresser aux perspectives envisagées à la fin de mon travail.

Enfin, merci à l'Université de Namur, et plus particulièrement aux professeurs et assistants du département de mathématiques, m'ayant permis de suivre ce cursus en toute sérénité. Merci à eux d'avoir accepté de répondre à mes parfois nombreuses questions.

Résumé

La compréhension et l'application des formules vues en physique passent par l'acquisition de pré-requis mathématiques. L'outil mathématique doit donc avoir ses lettres de noblesse en physique. La cinématique nous permet de développer nos considérations. L'objectif de ce mémoire consiste en une analyse d'exercices de physique en lien avec les mouvements rectilignes uniformes et uniformément variés afin de faire émerger les liens existants entre physique et mathématiques. Ce travail apporte d'autres pistes de résolution que celles proposées dans les manuels de physique faisant appel à des justifications tant mathématiques que physiques. Pour les sept exercices analysés, nous identifions les tâches, méthodes et justifications présentes dans deux manuels de physique de référence. Nous détaillons ensuite de la même manière diverses autres méthodes de résolution et justifications envisageables, exercice par exercice. Nous concluons que toute la matière mathématique nécessaire est considérée comme un pré-requis et les justifications sont peu présentes au sein des manuels de physique. Il est dès lors important d'identifier si les liens mathématiques/physique nécessaires à la compréhension sont effectivement réalisés sur le terrain, ce qui fait l'objet de nos perspectives. Les enseignants des deux matières collaborent-ils entre eux? Rappellent-ils les pré-requis nécessaires ?

Mots clés : cinématique, mouvements rectilignes uniformes, mouvements rectilignes uniformément variés, praxéologie, Transposition Didactique, Théorie Anthropologique du Didactique, vecteurs, pré-requis, tâches, méthodes, justifications, considérations didactiques.

Abstract

Understanding and applying the formulas seen in physics requires the acquisition of mathematical prerequisites. The mathematical tool thus deserves an excellent reputation in the field of physics. Kinematics allows the development of our considerations. This thesis aims to analyze physics exercises related to uniform and non uniform linear motion in order to bring out the existing links between physics and mathematics. This work provides other possible solutions than those put forward in physics textbooks using both mathematical and physical justifications. For the seven analyzed exercises, we identify the tasks, methods and justifications presented in two reference physics manuals. We then, in the same way, detail various other possible methods of resolution and justifications, exercise by exercise. We conclude that all the necessary mathematical material is considered a prerequisite and that there is little justification in physics textbooks. It is therefore important to identify whether the mathematical/physical links necessary to understanding are actually being made in practice, which is the subject of our perspectives. Do teachers in the two fields collaborate with each other? Do they remind their students of the necessary prerequisites ?

Key words : kinematics, uniform linear motion, non uniform linear motion, praxeology, didactic transposition, Anthropological Theory of the Didactic, vectors, prerequisites, tasks, methods, justifications, didactic considerations.

Sommaire

INTRODUCTION

Ce mémoire en mathématiques, intitulé *Analyse, en termes de praxéologies, du thème de la cinématique dans les manuels de physique*, est réalisé dans le cadre d'un Master en Sciences Mathématiques appliquées à finalité didactique, à l'Université de Namur. Cette analyse, qui confronte les mathématiques à la physique, a pour but de dégager une synergie permettant d'éclairer d'un nouveau jour l'apprentissage de la cinématique.

En tant qu'enseignant, il n'est pas rare que, pour résoudre un exercice particulier, nous nous cantonnions à une seule technique, mettant ainsi de côté d'éventuels autres procédés envisageables. Or, il s'avère que dans bon nombre de situations, plusieurs cheminements permettent d'obtenir la réponse souhaitée. Aussi, avoir conscience de l'existence de cette étendue de résolution est, semble-t-il, primordial. En effet, c'est via cette connaissance de diversité que l'enseignant peut suggérer aux élèves diverses méthodes ou même encore être ouvert à de nouvelles propositions venant tout droit de ces derniers. Par ailleurs, les justifications des différentes étapes de résolution sont tout aussi importantes puisqu'elles permettent, entre autres, une meilleure compréhension de la méthode utilisée, qu'elles proviennent de la discipline en question ou d'une autre voisine.

Ce présent travail se subdivise en deux chapitres distincts. Le premier, intitulé *Cadre théorique*, développe deux théories, à savoir la Transposition Didactique (TD) et la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), mises en place par Yves Chevallard, didacticien français des mathématiques. Notons que la TAD mène à l'élément central de notre recherche, la notion de praxéologie. Celle-ci se définit par le fait qu'en partant d'une activité mathématique, il est possible d'en extraire une tâche, résolue via une certaine technique, justifiée par le biais d'une technologie. Tout au long de cette première partie, nous proposons un exemple illustrant le concept de praxéologie afin d'assurer une meilleure compréhension de cette théorie. Le second chapitre, *Analyse praxéologique d'exercices de physique issus de manuels belges*, analyse le thème de la cinématique, et plus particulièrement les matières des mouvements rectilignes uniformes (MRU) et uniformément variés (MRUV), abordé dans les manuels de physique. Nous nous intéressons aux exercices faisant appel à des représentations graphiques et issus de deux manuels distincts. Notons que notre étude met en lumière à la fois les techniques proposées dans les manuels ainsi qu'une série d'autres méthodes mises en place par nos soins et permettant également de résoudre la tâche initiale. De plus, notre analyse est complétée par des justifications mathématiques et physiques permettant d'identifier le *pourquoi*. Celui-ci justifie donc le *comment* qui, lui, correspond à la technique. Une fois encore, nous exposons les justifications provenant des différents manuels ainsi que celles que nous identifions. Par ailleurs, nous mentionnons les points de matière ne figurant pas dans la partie théorique des manuels mais étant cependant un outil indispensable à la résolution des exercices. Nous déterminons ainsi les pré-requis mathématiques et/ou physiques que les élèves doivent être à même de maîtriser. Notre réflexion est complétée de considérations didactiques directement liées à celle-ci.

Ainsi, nous mettons ici en avant la pluralité des méthodes envisageables, dans les parties mouvement rectiligne uniforme et uniformément varié, en cinématique, en alliant les deux disciplines que sont les mathématiques et la physique. Par ailleurs, nous nous intéressons également aux justifications des différentes étapes de résolution d'un exercice. Ceci nous sensibilise à la compréhension de la matière afin de ne pas résoudre un exercice en appliquant une simple recette de cuisine. L'acquisition d'aptitude à la réflexion, qui s'en voit grandie, apporte un bon esprit critique permettant notamment l'interprétation des résultats obtenus, peu importe la discipline considérée.

Chapitre 1

CADRE THÉORIQUE

Sommaire

Nous développons ici deux cadres théoriques mis en place par Yves Chevallard, didacticien français des mathématiques, à savoir la théorie de la Transposition Didactique (TD) et la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD). La réédition de son premier livre « La transposition didactique », en 1991 [1], est issue d'un cours qu'il a donné en 1980 à « la Première Ecole d'Eté de didactique des mathématiques » ([Colomb, J. et Chevallard, Y., 1986],p.1). Il y insiste et met l'accent sur l'importance des savoirs.

> *« Tout projet social d'enseignement et d'apprentissage se constitue dialectiquement avec l'identification et la désignation des contenus de savoirs comme contenus à enseigner. » ([Chevallard, Y., 1991], p.38).*

La distinction entre savoir de référence et savoir à enseigner est importante. Le passage de l'un à l'autre est exprimé par la TD.

Au début des années 90, Chevallard accompagne son analyse des savoirs « d'une étude des activités faisant intervenir ce savoir » ([Xhonneux, S., 2011], p.41), c'est la naissance de la TAD, ayant pour but d'analyser l'activité mathématique.

1. La première publication de son livre date de 1985.

Dans ce chapitre, nous expliquons et illustrons ces deux théories, à l'aide d'exemples en lien avec le thème de la cinématique en physique, afin de visualiser au mieux les divers concepts présents dans la Transposition Didactique et la Théorie Anthropologique du Didactique. Cette partie s'inspire des travaux de plusieurs auteurs ([Chevallard, Y., 1998], [Chevallard, Y., 2002], [Clerc, J-B. et al., 2006], [De Vleeschouwer, M., 2010], [Tavignot, P., 1995], [Xhonneux, S., 2011] et [Lhotellier, A. et St-Arnaud, Y., 1994]).

1.1. Transposition Didactique

C'est en remarquant l'apparition de nouveaux savoirs dans le système de l'enseignement qu'Yves Chevallard a mis au point la notion de *Transposition Didactique* (TD) afin d'en analyser leur provenance ainsi que la manière dont ils sont finalement apparus dans l'enseignement. Chevallard définit la transposition didactique de la manière suivante

> *« Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit dès lors un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement. Le « travail » qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé la transposition didactique. » ([Chevallard, Y., 1991], p.38).*

Nous commençons, dans cette section, par expliciter le principe de la TD, pour ensuite décrire les différentes étapes et acteurs entrant en jeu dans ce processus. Pour ce faire, nous nous basons sur les travaux de [Clerc, J-B. et al., 2006], [Tavignot, P., 1995] et [Xhonneux, S., 2011].

1.1.1. Concepts

La transposition didactique exprime le passage du savoir savant, entretenu et mis à jour par des chercheurs, au savoir enseigné, destiné aux élèves et étudiants. Elle transpose un savoir externe à l'établissement scolaire vers celui-ci. Tout d'abord, les savoirs à transmettre sont sélectionnés. Ils sont adaptés (transformés, reformulés) afin de les transposer dans un autre contexte que celui de base et en rendre leur enseignement possible. Ces savoirs sont ensuite enseignés dans les écoles ou universités. La transposition didactique peut être schématisée comme à la FIGURE 1.1. Quatre types de savoirs (*savoir savant*, *savoir à enseigner*, *savoir enseigné* et *savoir appris*) sont présents dans ce processus de transposition.

Le **savoir savant** est construit et validé par une communauté scientifique, de recherche. Il est possible de le retrouver dans des articles ou revues scientifiques. Le **savoir à enseigner**, détaillé dans les textes officiels de l'enseignement (programmes, instructions officielles), consiste en l'ensemble des savoirs destinés à l'enseignement. Le **savoir enseigné** est, quant à lui, façonné par le professeur et enseigné aux élèves. Il dépend donc des connaissances et visions que l'enseignant a de l'enseignement. Pour obtenir ce type de savoir, il est nécessaire d'avoir recours à une transformation (reconstruction) du savoir savant, celui-ci étant complexe et difficilement reproductible à l'identique. Enfin, le **savoir appris** correspond au savoir acquis par les élèves ou étudiants. Ces quatre savoirs sont étroitement liés. Effectivement, la modification de l'un d'entre eux engendre des répercussions plus ou moins importantes sur les autres savoirs.

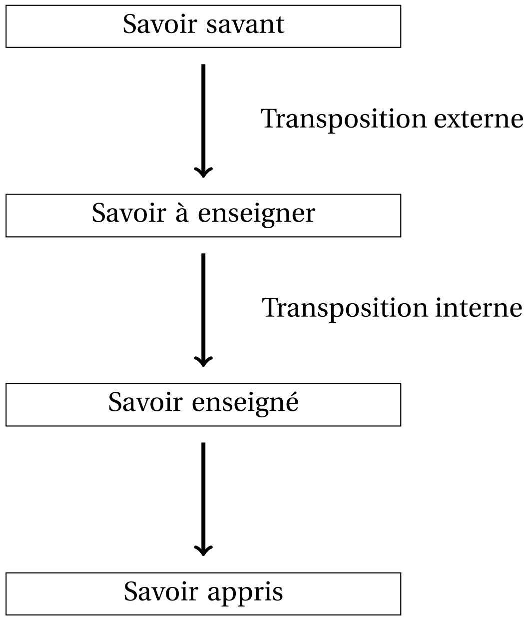

FIGURE 1.1. – Schématisation du processus de Transposition Didactique

1.1.2. Etapes et acteurs

La *Transposition Didactique* se déroule en deux étapes, la *TD Externe* et la *TD Interne*, chacune possédant ses propres acteurs.

La Transposition Didactique Externe (TDE), appelée ainsi « car elle a lieu en dehors du système d'enseignement, de la classe » ([Clerc, J-B. et al., 2006], p.2), a pour but de transformer les savoirs savants en savoirs à enseigner. L'ensemble des personnes se chargeant de la TDE est nommé noosphère, signifiant littéralement « la sphère où l'on pense » ([Clerc, J-B. et al., 2006], p.2). La noosphère est constituée d'universitaires, de spécialistes de la didactique, d'auteurs de manuels, de professeurs, etc. Lors de la TDE, il est important de conserver une certaine proximité entre savoir savant et savoir enseigné qui doivent être suffisamment proches pour que la filiation entre les deux puisse toujours être reconnue. Notons toutefois qu'ils sont fondamentalement différents puisqu'ils ne possèdent pas la même fonction. En effet, il est peu probable qu'un chercheur, à la suite d'une conférence, propose une interrogation afin de s'assurer de la bonne compréhension de tous, son but étant de chercher et non d'enseigner. D'un autre côté, l'enseignant propose plutôt des activités ou des exercices pour transmettre au mieux le dit savoir aux élèves. Aussi, nous comprenons maintenant que l'écart entre ces deux types de savoirs peut s'avérer important suivant les buts recherchés.

La Transposition Didactique Interne (TDI), transposition se déroulant au sein de l'établissement scolaire, « consiste à adapter et transformer les savoirs à enseigner en savoirs enseignés » ([Xhonneux, S., 2011], p.38). Les professeurs, acteurs de la TDI, ont pour but de transmettre les savoirs.

1.2. Théorie Anthropologique du Didactique et praxéologie

A la suite de la *Transposition Didactique*, Chevallard met en place la *Théorie Anthropologique du Didactique* (TAD), proposant d'analyser l'activité mathématique. La TAD est donc un outil d'analyse, faisant appel à divers concepts, où l'Homme est le principal intéressé. Nous débutons, dans cette section, par une explication de la TAD pour ensuite définir la notion de praxéologie.

1.2.1. Théorie Anthropologique du Didactique

La TAD présuppose que tout ce qui provient de l'activité humaine est objet. Par exemple, les notions de vitesse et de position en physique sont toutes deux des objets. Il est alors possible de définir l'ensemble des rapports qu'un individu x entretient avec l'objet o. Cet ensemble est noté $R(x,o)$ et ce système d'interactions est appelé *rapport personnel* (de l'individu x sur l'objet o). Ces rapports sont dits personnels dans le sens où ils ne se rapportent qu'à un seul individu.

L'institution I, considérée comme étant l'endroit où les savoirs sont conçus, développés, exploités, … « désigne une structure d'origine humaine » ([Xhonneux, S., 2011], p.42) constituée d'un ensemble d'acteurs. Une classe d'école tout comme l'établissement scolaire peuvent être considérés comme des institutions. Dans le premier cas, les acteurs sont les élèves et les professeurs alors que dans le second s'ajoutent la direction, le secrétariat, … Le rapport institutionnel, quant à lui, se définit comme étant le rapport d'un individu x sur un objet o en position p dans une institution I donnée. Il est noté $R_I(p,o)$. Pour un problème défini, il n'est pas rare que chaque institution possède sa propre méthode de résolution. C'est pour cette raison que la TAD peut être qualifiée d'institutionnelle. Notons que, si un changement d'institution ou de position s'opère, alors le rapport institutionnel se modifie également.

Illustration : Rapports personnel et institutionnel

La différence majeure entre ces deux rapports est la suivante ; les rapports personnels sont créés par l'individu x tandis que ceux institutionnels correspondent à ce que l'institution désire faire acquérir à l'individu x. Prenons comme *individu* x un élève, dont la *position* p correspond à la 5e secondaire dans l'*institution* I Collège Sainte-Marie de Mouscron, et l'*objet* o identifié comme le concept de vitesse du cours de physique. L'élève aura probablement une vision déjà prédéfinie de ce qu'est la vitesse bien avant d'entrer à l'école secondaire, de par diverses expériences acquises au cours de sa vie. Toutefois, ces dernières correspondent-elles réellement à ce que l'institution désire lui transmettre ? L'institution approfondit généralement les notions acquises préalablement par les élèves, ce qui s'effectue d'autant plus facilement si les rapports personnels et institutionnels n'entrent pas en conflit.

1.2.2. Praxéologie

Au sein de la TAD, nous supposons que toute activité humaine consiste en une organisation du type [type de tâche, technique, technologie, théorie], appelée praxéologie ou organisation praxéologique (FIGURE 1.2). Ainsi, « toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T, au moyen d'une certaine technique τ, justifiée par une technologie »

([Chevallard, Y., 2002], p.1). La théorie fournit une justification globale dans le domaine de la discipline.

Type de tâche (T) $\longrightarrow$ Technique (τ) $\longrightarrow$ Technologie (θ) $\longrightarrow$ Théorie (Θ)

FIGURE 1.2. – Schématisation de l'organisation praxéologique

La praxéologie, du grec *praxis* (pratique) et *logos* (raison, discours raisonné), est une modélisation de l'activité humaine alliant pratique et théorie. Elle permet de prendre conscience des actions, en tenant compte des diverses connaissances du milieu. Elle a pour objectif d'analyser la manière dont se construit l'activité mathématique.

Le contexte maintenant établi, intéressons-nous plus précisément aux notions de type de tâche, tâche, technique, techonologie et théorie ([Chevallard, Y., 1998]), [Xhonneux, S., 2011] et [De Vleeschouwer, M., 2010]).

Type de tâche, tâche

Comme dit précédemment, l'activité humaine vise à accomplir divers types de tâches : *passer l'aspirateur*, *apprendre ses leçons de mathématiques de la semaine*, ... Un type de tâche se réfère généralement à un verbe (*passer*, *apprendre*), appelé genre de tâche et demande à être complété, afin de former le type de tâche. Une tâche issue du premier type de tâche serait, par exemple, *passer l'aspirateur dans le salon* ou encore *passer l'aspirateur dans la cuisine*, ... La tâche est donc un objet assez précis. Nous notons T le type de tâche et t la tâche. Ainsi, on écrira $t \in T$ lorsque la tâche t fait partie du type de tâche T.

Illustration : Type de tâche, tâche

- t_1 = tracer le graphe de la position en fonction du temps du mouvement rectiligne uniforme, donné par l'équation $x(t) = 2 + 3t$, où t représente cette fois le temps;
- t_2 = tracer le graphe de la position en fonction du temps du mouvement rectiligne uniforme, donné par l'équation $x(t) = 5 + 2t$, où t représente cette fois le temps;
- T = tracer le graphe de la position en fonction du temps d'un mouvement rectiligne uniforme.

  Dès lors, $t_1 \in T$ et $t_2 \in T$.

Technique

Si nous supposons que le type de tâche est connu, dans la plupart des cas, il existe au moins une technique de résolution permettant d'accomplir chaque type de tâche. Cette technique, du grec *tekhnê*, le savoir-faire, est notée τ. La praxéologie contient un bloc practico-technique, noté $\Lambda = [T, \tau]$, également appelé savoir-faire, comprenant un type de tâche T et une manière de faire τ.

Il peut exister plusieurs techniques pour un T particulier et il est parfois possible d'instaurer un ordre de grandeur dans les techniques en considérant que l'une sera meilleure qu'une autre. Par ailleurs, les techniques peuvent différer d'une institution à l'autre.

En guise d'illustration, reprenons la tâche t_1, tracer le graphe de la position en fonction du temps du mouvement rectiligne uniforme, donné par l'équation $x(t) = 2 + 3t$, où t représente cette fois le temps. Intéressons-nous à trois techniques distinctes, notées τ_1^1, τ_1^2 et τ_1^3. Seules les valeurs positives pour t sont prises en considération, cette variable correspondant au temps.

Illustration : Techniques

TECHNIQUE τ_1^1

La première technique, τ_1^1, consiste à tracer le graphe point par point (FIGURE 1.3, page 10, en haut à gauche).

1. Trouver deux points distincts du mouvement et les représenter dans un graphique position-temps.
   Pour cela, deux couples $(temps, position)$ doivent être déterminés et appartenir au mouvement. Il nous faut donc, pour deux valeurs de t, calculer ce que vaut $x(t)$, via l'expression $x(t) = 2 + 3t$.
2. Tracer la droite passant par les deux points du mouvement.
   Un premier couple $(temps, position)$, représenté par un point dans le graphique position-temps, est relié vers un second de même espèce.

TECHNIQUE τ_1^2

La seconde technique, τ_1^2, utilise les transformations de fonctions usuelles (FIGURE 1.3, page 10, en haut à droite).

1. Identifier les paramètres a et b dans l'expression $x(t) = a + bt$.
2. Tracer le graphique de $x(t) = t$.
3. Multiplier toutes les abscisses de la fonction $x(t) = t$ par $\dfrac{1}{b}$.
4. Décaler toutes les ordonnées de la fonction $x(t) = bt$ de a unités vers le haut.

TECHNIQUE τ_1^3

La troisième et dernière technique, τ_1^3, tient compte des informations directement fournies par l'expression $x(t) = 2 + 3t$ (FIGURE 1.3, page 10, en bas).

1. Identifier les paramètres a et b dans l'expression $x(t) = a + bt$.
2. Placer le point $(0, a)$ sur le graphique position-temps.
3. Placer le point de coordonnées $(1, a + b)$.
4. Relier les points $(0, a)$ et $(1, a + b)$.

Technologie

La technologie, notée θ, a pour but de justifier de manière rationnelle la technique utilisée, tout en garantissant que la mise en œuvre de cette dernière permet d'accomplir la tâche de départ. Le discours rationnel sur la technique varie d'une institution à l'autre et au fil du temps. Reprenons notre exemple et regardons les diverses technologies utilisées. Ces technologies sont notées θ_1^1, θ_1^2 et θ_1^3.

Illustration : Technologies

La technique τ_1^1 est justifiée au moyen de θ_1^1.

En MRU, l'équation mathématique du mouvement est donnée par

$$x(t) = x_0 + vt,$$

où $x(t)$ représente la position du mobile à l'instant t, v sa vitesse et x_0 correspond à la position initiale du mobile. Le mouvement rectiligne uniforme se caractérise par sa trajectoire rectiligne due à sa vitesse constante. Assurément, l'équation du mouvement susmentionnée n'est autre qu'une droite, de coefficient angulaire v. Par ailleurs, un point appartient à une droite si et seulement si il en vérifie l'équation. Ceci justifie donc pourquoi les points du mouvement sont identifiés sur base de cette équation en vue de tracer la droite du mouvement.

La technique τ_1^2 est justifiée au moyen de θ_1^2.

Selon une propriété, la représentation de la fonction $x(t) = a + bt$ correspond à celle de $x(t) = t$, étirée d'un facteur $\dfrac{1}{b}$ et translatée verticalement de $+a$ unités. Un étirement étant une déformation du graphique initial alors qu'une translation, par définition, est une transformation géométrique permettant le déplacement d'un objet, sans aucune déformation.

La technique τ_1^3 est justifiée au moyen de θ_1^3.

L'expression mathématique d'une droite est donnée par

$$x = a + bt,$$

où t est la variable, a et b correspondent respectivement à l'ordonnée à l'origine et à la pente. Par définition de l'ordonnée à l'origine, le point $(0, a)$ appartient à la

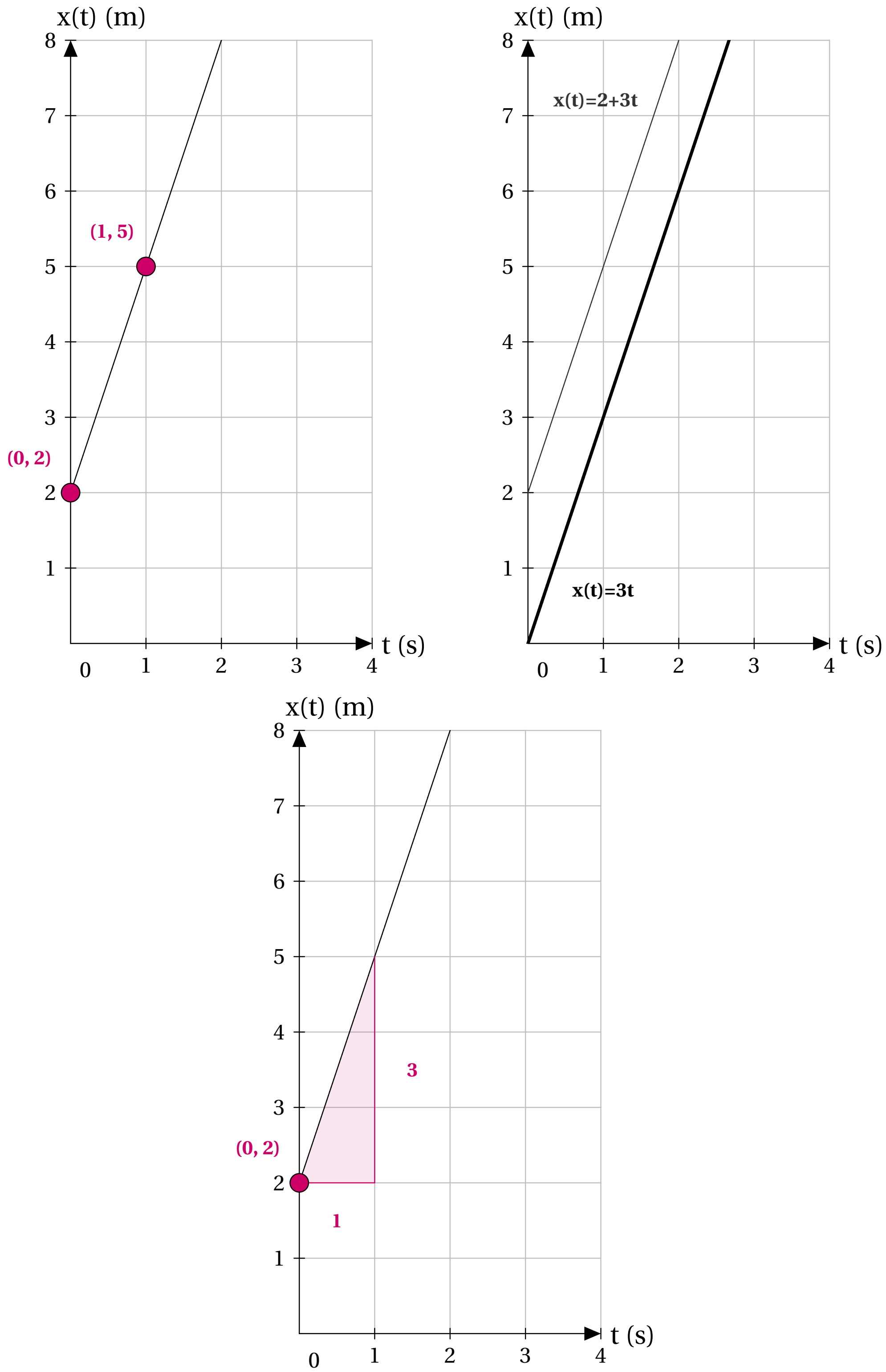

FIGURE 1.3. – Représentation graphique de τ_1^1 (en haut à gauche), τ_1^2 (en haut à droite) et τ_1^3 (en bas) : l'axe des abscisses correspond au temps, exprimé en seconde et l'axe des ordonnées correspond à la position, exprimée en mètre

droite ayant pour équation $x = a + bt$. La pente de la droite correspond à la variation observée en ordonnées pour une variation d'une unité au niveau des abscisses. Or, nous savons déjà que le point $(0, a)$ appartient à la droite. Dès lors, le point $(1, a + b)$ fait également partie de cette même droite.

Théorie

Le discours technologique contient lui-même des assertions demandant à être justifiées de manière plus globale, dans le domaine de la discipline. Ce rôle sera accompli par la théorie, notée Θ.

Illustration : Théories

Différentes théories entrent en jeu dans notre exemple. Nous en explicitons ici six, cette liste n'étant bien évidemment pas exhaustive.

1. Repère orthonormé (Θ_1^1). Un repère orthonormé est constitué, en deux dimensions, de deux axes orthogonaux identiquement gradués ayant même origine.

2. Coordonnées d'un point (Θ_1^2). En vue de localiser un point P dans un repère, dans notre cas orthonormé, deux nombres sont nécessaires. Ceux-ci sont appelés abscisses et ordonnées. Ils permettent de situer respectivement horizontalement et verticalement P. Les coordonnées de P sont notées sous la forme d'un couple (a, b) où a correspond à son abscisse et b son ordonnée.

3. Graphe d'une fonction (Θ_1^3). Le graphe d'une fonction x, noté G_x, correspond à l'ensemble des points du plan de coordonnées $(t, x(t))$ et ce, pour tout t appartenant au domaine de définition de la fonction x.

4. Mouvements possibles (Θ_1^4). Un corps peut se mouvoir suivant différents types de mouvement comme un mouvement rectiligne (déplacement en ligne droite) ou encore un mouvement circulaire (déplacement en arc de cercle). Chaque type de mouvement possède ses propres caractéristiques.

5. Axiomatique d'Euclide (Θ_1^5). L'un des axiomes d'incidence (c'est-à-dire relation entre points et droites) affirme que « par deux points distincts du plan passe une droite et une seule » ([Quarez, R., 2016], p.11).

6. Théorie des fonctions (Θ_1^6). Quand nous possédons l'expression mathématique d'une droite $x(t)$, il est possible d'associer à chaque valeur de t une et une seule valeur $x(t)$. Le couple $(t, x(t))$ ainsi formé représente les coordonnées d'un point appartenant à la droite.

La praxéologie contient donc un second bloc, noté $\Pi = [\theta, \Theta]$, appelé bloc technologico-théorique ou bloc théorique. De cette manière, la praxéologie, considérée comme l'union du bloc technique et du bloc théorique, est notée $[[T, \tau], [\theta, \Theta]]$, ou encore, $[\Lambda, \Pi]$. Ces deux blocs sont indissociables, τ réalisant T, la technologie θ étant un discours justifiant τ et Θ apportant une justification plus globale dans le domaine de la discipline.

La représentation schématique de notre analyse se trouve en FIGURE 1.4. Les liens existants entre type de tâche, tâche, techniques et technologies sont représentés via des flèches noires. Afin de ne pas alourdir le schéma, les théories ne sont pas répertoriées. La tâche t_2 n'y figure pas non plus puisqu'elle ne fait pas l'objet d'une analyse dans ce mémoire.

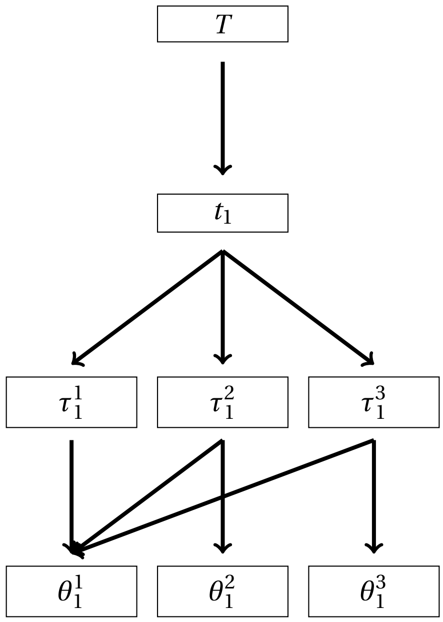

FIGURE 1.4. – Schématisation de l'organisation praxéologique de l'exemple présenté dans le courant de ce premier chapitre

Chapitre 2

ANALYSE PRAXÉOLOGIQUE D'EXERCICES DE PHYSIQUE ISSUS DE MANUELS BELGES

Sommaire

Le contexte théorique général étant maintenant posé, nous exposons dans ce second chapitre la partie pratique de ce mémoire. Nous commençons par présenter le contexte d'étude ainsi que les théories révélées au travers des exercices. Nous abordons ensuite l'analyse praxéologique, partie centrale de ce travail, et mettons en évidence l'occurrence des types de tâches déterminés.

2.1. Mise en contexte

Au vu de l'étendue du thème de la cinématique, nous décidons de concentrer notre analyse aux parties abordant les mouvements rectilignes uniformes (MRU) et uniformément variés (MRUV).

2.1.1. Présentation des manuels utilisés

Dans ce travail, notre étude porte sur deux manuels distincts, [Bribosia, A., et al., 2011] et [Poncin, J., et al., 2004], respectivement intitulés *Physique 5e, Sciences générales* et *Physique 4e, 2 périodes/semaine, cinématique*. Le premier s'adresse à des élèves de cinquième secondaire dans le réseau libre de l'enseignement général de transition dont la grille horaire comprend six périodes par semaine. Ce manuel aborde cinq thèmes, à savoir la cinématique, la dynamique, la gravitation, les compléments d'électrostatique et l'électromagnétisme. Nous nous intéressons ici à celui présentant la matière de cinématique et nous en analysons les exercices en rapport avec les deux premiers chapitres, à savoir *Référentiel, trajectoire et vitesse d'un mobile* ainsi que *Les mouvements accélérés*. Le second manuel, [Poncin, J., et al., 2004], intitulé *Physique 4e, 2 périodes/semaine, cinématique*, s'adresse, quant à lui, aux élèves de quatrième secondaire dans le réseau officiel de l'enseignement de transition suivant un cursus scolaire incluant des cours de physique à raison de deux périodes par semaine. Nous en analysons les exercices des chapitres 2 et 4 portant respectivement sur les mouvements rectilignes uniformes (MRU) et uniformément variés (MRUV).

Nous remarquons que les manuels sont liés à deux réseaux distincts, le libre et l'officiel. Il est important de noter qu'en sciences, et donc en physique, les programmes diffèrent significativement d'un réseau à l'autre. La partie cinématique vue en 5^{e} secondaire dans l'enseignement libre l'est en 4^{e} dans l'officiel [1]. Par ailleurs, nous verrons par la suite que les notions de vecteur déplacement, position, ... sont utilisées au sein d'exercices de [Bribosia, A., et al., 2011] et absentes du manuel [Poncin, J., et al., 2004], ce qui paraît logique puisque la notion de vecteur est abordée en 4^{e} année secondaire dans les deux réseaux. Les vecteurs sont étudiés via les forces en 4^{e} secondaire mais ne sont pas exploitables dans le domaine mathématique puisque trop dissemblables. Aussi, les vecteurs déplacements et autres ne sont pas mentionnés dans le second manuel, cette matière n'ayant pas encore été vue dans le cadre du cours de mathématiques.

2.1.2. Méthodologie

Pour rappel, une organisation praxéologique est constituée d'un quadruplet du type [type de tâche T, technique τ, technologie θ, théorie Θ], le type de tâche T étant accompli au moyen de τ, elle-même justifiée par θ. La théorie Θ, quant à elle, fournit une justification globale dans le domaine de la discipline considérée. Nous nous focalisons dans cette partie sur l'analyse des types de tâches, techniques et technologies des exercices faisant intervenir de près ou de loin des notions graphiques. Certains éléments théoriques sont présentés dans la section suivante et balayent l'ensemble de notre travail. Une fois exposés en section 2.2 nous ne nous y attardons plus. Notre étude débute par la recherche d'exercices, correspondant à l'ensemble des critères préalablement fixés, dans [Bribosia, A., et al., 2011]. Pour chaque exercice sélectionné, nous identifions les types de tâches présents. Notons que notre étude propose les techniques mentionnées au sein du manuel des corrigés [Bribosia, A., et al., 2011, corrigé], ainsi que différents procédés mis en place par nos soins et permettant également de résoudre la tâche initiale [2]. Nous poursuivons notre réflexion en apportant des justifications mathématiques et physiques permettant d'identifier le *pourquoi* de la méthode, cette dernière correspondant, pour rappel, au *comment*, ce qui nous permet de confronter les deux disciplines. Une fois encore, nous exposons les justifications provenant des manuels susmentionnés complétées de celles que nous identifions. Une mise en parallèle avec les exercices de [Poncin, J., et al., 2004] est effectuée en section 2.4 afin d'identifier les occurrences des types de tâches considérés.

1. Les programmes des différents réseaux sont respectivement disponibles sur le site du SeGEC (`http://enseignement.catholique.be/segec/`) et du Cpeons (`http://www.cpeons.be/page.asp?id=2&langue=FR`). Les deux sites internet ont été consultés en date du 16 mai 2018.

2. Un tableau récapitulatif des types de tâches présentés tout au long de ce second chapitre est disponible en fin de ce dernier (TABLE 2.1 en page 53).

Par ailleurs, nous mentionnons les points de matière n'apparaissant pas dans la partie théorique des manuels mais étant considérés comme un outil indispensable à la résolution des exercices. Dans un paragraphe intitulé « pré-requis », nous regroupons ces éléments qui rassemblent aussi bien les pré-requis mathématiques que physiques que les élèves doivent être à même de maîtriser. Notre analyse est ensuite complétée de considérations didactiques qui lui sont directement liées.

2.2. Théories présentes au travers d'exercices

Cette section est consacrée aux différentes théories relevées au long de cette analyse praxéologique. Encore une fois, tel que déjà précisé au premier chapitre, cette liste n'est pas exhaustive mais a l'avantage d'offrir au lecteur une bonne base en la matière.

- Repère orthonormé ;
- Coordonnées d'un point ;
- Graphe d'une fonction ;
- Mouvements possibles (MRU, MRUV, ...). Nous parlons ici des différents mouvements auxquels un mobile peut être soumis et non des équations du mouvement ;
- Axiomatique d'Euclide : « par deux points distincts du plan passe une droite et une seule » ([Quarez, R., 2016], p.11) ;
- Résolution d'une équation du premier degré ;
- Résolution d'une équation du second degré ;
- Point d'intersection de deux droites ;
- Notions de base sur les vecteurs (origine, extrémité, ...).

2.3. Analyse praxéologique

Analysons dès à présent les exercices issus des deux manuels décrits, en lien avec le MRU et le MRUV, faisant, pour rappel, apparaître de près ou de loin des notions graphiques. Commençons ci-dessous par ceux en rapport avec le MRU.

2.3.1. Les mouvements rectilignes uniformes (MRU)

Comme nous venons de le préciser, nous effectuons ici l'analyse praxéologique des différents exercices concernant le MRU et faisant intervenir une notion graphique. Afin d'illustrer nos propos, chaque étude est égayée d'une représentation schématique de la situation, sous forme de diagramme afin de mettre en avant les liens éventuels. Le premier énoncé analysé correspond à un exercice résolu au sein du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], dont la méthode de résolution est reprise en ANNEXE A.

Afin de ne pas alourdir l'écriture, voici les diverses notations que nous utilisons : x_0 et v_0 correspondent à la position et vitesse initiales du mobile. De même, x_1 et x_2 sont les positions de ce dernier aux temps t_1 et t_2. Il en va de même pour les notations de la vitesse. Si l'exercice fait intervenir deux mobiles différents, les positions, vitesses et temps sont indicés des lettres A et B afin d'établir leur distinction. Par ailleurs, l'analyse se faisant type de tâche par type de tâche, une convention de notation est utilisée afin de lier les types de tâches, techniques et technologies. Effectivement, si T_i représente le $i^{ème}$ type de tâche, alors ses techniques associées sont notées τ_i^j et ses technologies θ_i^k, où τ_i^j et θ_i^k correspondent respectivement à la $j^{ème}$ technique de T_i et la $k^{ème}$ technologie présentée de T_i. Les notations restent identiques tout au long de ce chapitre [3] pour nous permettre de voir si des techniques ou technologies sont usitées à diverses reprises et/ou pour différents types de tâches.

Exercice 1. ***Exercice résolu en pages 14 et 15 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]***
Deux automobilistes quittent Mons en voiture pour se rendre à une foire à Francfort. Le premier (1) part à 8h00 et effectue le trajet à vitesse constante. Le second (2) part une demi-heure plus tard, sa vitesse constante est de 120km/h.
- *Sur un même graphique position-temps, représenter la position de chaque mobile au cours du temps.*
- *Trouver à quelle distance de Mons a lieu le dépassement et à quel moment :*
  - ⋆ *Sur le graphique;*
  - ⋆ *Par calcul.*

Cet énoncé présente trois types de tâches distincts, à savoir

T_1 : tracer le graphique position-temps d'un mobile en MRU;

T_2 : trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU sur base de la lecture du graphique position-temps représentant la situation;

T_3 : trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU, par calcul.

Analysons dès à présent les techniques et technologies relatives à T_1, T_2 et T_3. Pour rappel, l'étude s'effectue type de tâche par type de tâche. Aussi nous identifions en premier lieu les techniques et technologies liées à T_1, suivies de celles relatives à T_2 et finalement à T_3. Nous proposons, en plus des techniques et technologies mises en avant dans les manuels, celles issues de nos réflexions afin de proposer au lecteur une multitude de manières de résolutions et de justifications. Nous tenons ici à signaler que, pour chaque type de tâche, nous exposons systématiquement, en premier lieu, la technique employée par le manuel.

T_1 : tracer le graphique position-temps d'un mobile en MRU.

TECHNIQUE τ_1^1

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.
   L'origine de l'axe temporel est judicieusement choisie. Elle est fixée à l'heure du départ de l'un des mobiles entrant en jeu dans l'énoncé, supposons dans ce cas le B.

2.a. Identifier v et Δt, écrire l'équation $x = v\Delta t$, choisir deux valeurs de t différentes et trouver deux x, pour le mobile B.

3. Les notations utilisées lors de l'exemple du chapitre précédent ne sont pas à mettre en lien avec celles du chapitre courant, les compteurs étant remis à zéro. Dès lors, par exemple, la technique τ_1^1 citée dans le premier chapitre est différente de τ_1^1 répertoriée dans le second.

2.b. Identifier v et t, écrire l'équation $x(t) = vt$, choisir deux valeurs de t différentes et trouver deux $x(t)$, pour le mobile B.[4]

3.a. Identifier x_1,v et Δt, écrire l'équation $\Delta x = v\Delta t$, choisir deux valeurs de t différentes et trouver deux x_2 (avec $\Delta x = x_2 - x_1$), pour le mobile A.

3.b. Identifier x_0, v et t, écrire l'équation $x(t) = x_0 + vt$, choisir deux valeurs de t différentes et trouver deux $x(t)$, pour le mobile A.

4. Tracer la droite passant par les deux points du mouvement.

   Un premier couple temps-position, (t_1, x_1), représenté par un point dans le graphique position-temps, est relié à un second de même espèce (t_2, x_2), ce pour chacun des deux mobiles.

TECHNOLOGIES[5]

Technologie θ_1^1 (permettant de justifier 2.b et 3.b).	Technologie θ_1^2 (permettant de justifier 2.a et 3.a).
Les points du mouvement à déterminer se trouvent via l'équation du mouvement d'un MRU. Cette dernière, mentionnée en page 13 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], est donnée par $$x(t) = x_0 + vt, \quad (2.1)$$ où $x(t)$ représente la position du mobile au cours du temps, x_0 sa position initiale, v sa vitesse et t le temps. Par ailleurs, un point appartient à (2.1) si et seulement si il en vérifie l'équation. Ceci justifie pourquoi les points du mouvement sont déterminés sur base de cette équation. Dans le cas présent, le repère étant judicieusement posé, la position initiale x_0 du mobile B est nulle. C'est donc pour cela que la formule plus concise $x(t) = vt$ est utilisée lors de l'étape 2.b.	Dans le manuel [Poncin, J., et al., 2004], l'équation du mouvement à proprement parlé n'étant pas définie, nous nous basons sur la formule de la « distance totale parcourue par un mobile en MRU pendant la durée Δt, qui est donnée par[6] $$\Delta x = v\Delta t \text{ ».} \quad (2.2)$$ Un point appartient à (2.2) si et seulement si il en vérifie l'équation. La formule susmentionnée provient directement de celle de la vitesse en MRU. Effectivement, comme précisé en page 13 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], « le mouvement d'un mobile est dit rectiligne uniforme lorsque la trajectoire est rectiligne et sa vitesse est constante. Soient $x_0, x_1, x_2, \ldots$ les positions du mobile aux instants t_0, t_1, t_2, $\ldots$, alors

4. La notation 2.a suivie de 2.b est là pour signaler que, dans la technique considérée, la seconde étape s'effectue de deux manière distinctes. De ce fait, afin de résoudre l'exercice, nous pouvons choisir l'une ou l'autre étape (2.a ou 2.b). De plus, notons que les étapes utilisées dans le manuel sont 2.a et 3.a.

5. Une présentation en colonne est utilisée au niveau des technologie pour signifier que l'une ou l'autre justification est employée, ceci étant dû à une subdivision de l'une ou l'autre étape au niveau de la technique.

6. Cette définition est issue de la page 16 du manuel [Poncin, J., et al., 2004] et est également proposée en page 14 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011].

$$
\begin{aligned}
v &= \frac{x_t - x_0}{t - t_0} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\
&= \ldots = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante} \text{ »}, \quad (2.3)
\end{aligned}
$$

où v correspond à la vitesse du mobile, Δx représente la différence de deux positions du mobile durant la période du mouvement déterminée par Δt, différence entre les deux instants respectifs. La formule de la distance totale parcourue présentée en [Poncin, J., et al., 2004] découle donc bien directement de la formule de la vitesse.
Une nouvelle fois, au vu du choix stratégique de l'axe temporel, la position initiale x_0 pour le mobile B est nulle. Dès lors, en reprenant l'équation de la distance parcourue d'un mobile en MRU susmentionnée et en prenant Δx comme étant la différence entre une position x quelconque et la position initiale x_0, nous obtenons la formule $x = v\Delta t$ exposée lors de l'étape 2.a de τ_1^1.

Dès lors, en prenant l'instant initial t_0 comme nul et en réarrangant les termes de l'équation (2.3), nous retrouvons l'expression de l'équation du mouvement suivante

$$x(t) = x_0 + vt,$$

où $x(t)$ représente la position du mobile à l'instant t et x_0 correspond à la position initiale de ce premier. Ceci démontre le lien existant entre les technologies θ_1^1 et θ_1^2.

Technologie θ_1^3 (permettant de justifier 2.a, 2.b, 3.a et 3.b).
Résoudre l'équation $x(t) = x_0 + vt$ ou $\Delta x = v\Delta t$ (dans le cas présent, pour le mobile B, les équations simplifiées $x(t) = vt$ et $x = v\Delta t$), pour deux valeurs temporelles distinctes, nous permet de déterminer deux couples $(temps, position)$ appartenant au mouvement, ce qui nous autorise à tracer la droite du mouvement.

Technologie θ_1^4 (permettant de justifier 4).
Le mouvement rectiligne uniforme se caractérise par sa trajectoire rectiligne due à sa vitesse constante. Assurément, l'équation du mouvement $x(t) = x_0 + vt$ n'est autre qu'une droite, de coefficient angulaire v, ce qui justifie pourquoi une droite est tracée, lors de la quatrième étape, pour représenter la position d'un mobile au cours du temps dans un mouvement rectiligne uniforme. Cette technologie est abordée en page 15 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011].

Une autre technique, notée τ_1^2, aurait pu être utilisée pour le type de tâche T_1. La résolution de ce dernier se voit quelque peu complexifiée si l'origine de l'axe temporel est choisie de manière aléatoire. Effectivement, les positions initiales x_0 des mobiles ne sont alors plus nulles dans un tel cas de figure.

TECHNIQUE τ_1^2

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.
   L'origine de l'axe temporel est choisie de manière quelconque.

2.a. Identifier x_1,v et Δt, écrire l'équation $\Delta x = v\Delta t$, choisir deux valeurs de t différentes et trouver deux x_2 (avec $\Delta x = x_2 - x_1$), pour les deux mobiles.

2.b. Identifier x_0, v et t, écrire l'équation $x(t) = x_0 + vt$, choisir deux valeurs de t différentes et trouver deux $x(t)$, pour les deux mobiles.

3. Tracer la droite passant par les deux points du mouvement.

TECHNOLOGIES

Les technologies sont identiques à celles proposées pour τ_1^1, à savoir θ_1^1/θ_1^2, θ_1^3 et θ_1^4.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

En fixant l'origine de l'axe temporel de manière judicieuse, c'est-à-dire à l'origine du déplacement de l'un des mobiles, sa position devient nulle et son équation plus concise, ce qui facilite la résolution de l'exercice. Aussi, il semble primordial de sensibiliser les élèves à l'importance du choix de l'origine du repère. Par ailleurs, une des droites de déplacement, dans τ_1^1, est affine, ce qui n'est pas le cas de τ_1^2. Ceci est dû au choix stratégique ou non de l'origine du repère.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse relative au type de tâche T_1 est reprise en FIGURE 2.1. Les liens existants entre types de tâches, techniques et technologies sont établis via des flèches noires et grises. Les premières indiquent le cheminement adopté au sein du manuel [Bribosia, A., et al., 2011] alors que les secondes montrent d'autres possibilités de résolution. La technique τ_1^1 est celle proposée initialement. Au vu de la couleur des flèches joignant techniques et technologies, nous remarquons qu'une seule justification est proposée dans le manuel [Bribosia, A., et al., 2011], à savoir θ_1^4. C'est d'ailleurs pour cette raison que θ_1^4 est affichée en gras au niveau du schéma.

T_2 : trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU sur base de la lecture du graphique position-temps représentant la situation.

TECHNIQUE τ_2^1

Identifier le point d'intersection de deux droites préalablement tracées.

Cette technique, abordée en page 15 du manuel [Poncin, J., et al., 2004], stipule qu'un graphique position-temps en MRU « permet de trouver approximativement l'endroit et l'heure à laquelle les voitures se croisent. Il suffit de repérer le point de croisement des deux segments ».

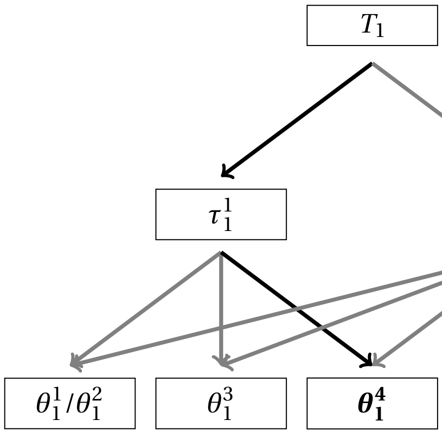

FIGURE 2.1. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_1 de l'exercice résolu en pages 14 et 15 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

TECHNOLOGIES

Technologie θ_2^1 (permettant de justifier τ_2^1).
Dans un graphique position-temps, le lieu et moment de rencontre de deux mobiles en MRU sont déterminés par le point d'intersection des deux droites du mouvement, point d'intersection ayant pour première composante le temps et comme seconde la position. Dès lors, si les deux mobiles se situent au même endroit au même moment, cela signifie bel et bien qu'ils se trouvent à leur point de rencontre.

Il est à remarquer ici que le graphique position-temps nécessaire à la résolution du type de tâche T_2 a déjà été tracé lors de T_1 (tracer le graphique position-temps d'un mobile en MRU). Aussi, la construction de ce graphique n'est point demandée au niveau de T_2. Dès lors, si T_1 n'est pas préalablement demandé dans l'exercice, il est nécessaire d'ajouter l'une des techniques ci-dessous avant de recourir à τ_2^1.

1. Technique τ_1^1, justifiée par les technologies θ_1^1/θ_1^2, θ_1^3 et θ_1^4,
2. Technique τ_1^2, justifiée par les technologies θ_1^1/θ_1^2, θ_1^3 et θ_1^4.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse relative au type de tâche T_2 est répertoriée en FIGURE 2.2. Le code couleur utilisé est identique au précédent. Des flèches horizontales sont visibles au sein de la représentation propre à T_2, ce qui signifie que, seules, les techniques τ_1^1 et τ_1^2 ne permettent pas de résoudre la tâche demandée. Elles nécessitent d'être accompagnées de la technique τ_2^1.

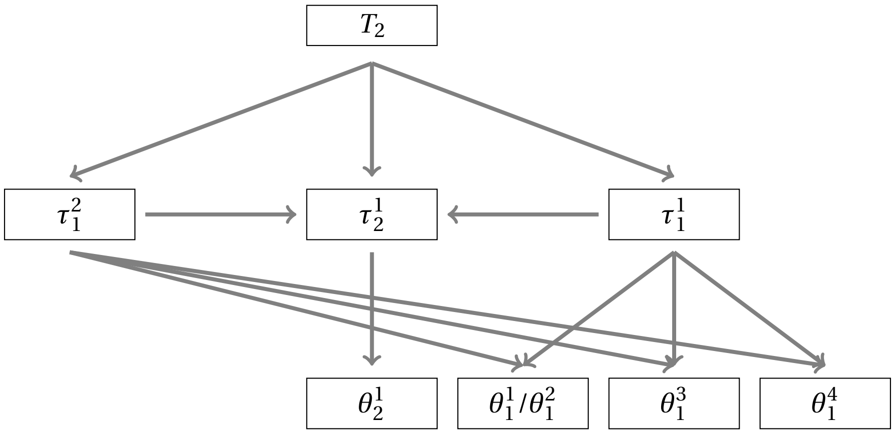

FIGURE 2.2. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_2 de l'exercice résolu en pages 14 et 15 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

T_3 : trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU, par calcul.

TECHNIQUE τ_3^1

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.

   L'origine de l'axe temporel est choisie de manière judicieuse. Elle est fixée à l'heure du départ de l'un des mobiles intervenant dans l'exercice, supposons dans ce cas le B.

2. Identifier x_{A_0}, v_A et v_B.

   Les notations ici usitées diffèrent quelque peu des précédentes. Comme précisé préalablement, elles permettent de différencier les deux mobiles entrant en jeu dans l'exercice. Nous adoptons dès lors les notations suivantes

   - x_{A_0} pour la position initiale du mobile A;
   - v_A pour la vitesse du mobile A.

   Nous utilisons des notations similaires pour le second mobile, noté B.

3. Ecrire le système suivant

$$\begin{cases} x_A(t) = x_{A_0} + v_A t, \\ x_B(t) = v_B t, \end{cases}$$

   en y injectant les données identifiées lors de l'étape précédente.

4. Résoudre $x_A(t) = x_B(t)$ par rapport à la variable t.

   Les valeurs des données des positions initiales et vitesses étant fournies dans l'énoncé, nous pouvons déterminer t, moment de rencontre entre les deux mobiles. Ce résultat trouvé est ensuite à injecter dans $x_A(t)$ ou $x_B(t)$.

TECHNOLOGIES

Technologies θ_1^1 et θ_1^2 (permettant de justifier 3).
Ces technologies ayant déjà été détaillées antérieurement, nous ne nous y attardons plus. [7]

Technologie θ_3^1 (permettant de justifier 4).
Analytiquement, le lieu et moment de rencontre de deux mobiles en MRU est déterminé par l'égalisation des équations des mouvements respectifs. En effet, résoudre $x_A(t) = x_B(t)$ nous assure que les deux mobiles se trouvent au même endroit, pour autant qu'une valeur de t satisfasse cette équation. Aussi, si les deux mobiles se situent au même endroit au même moment, cela signifie bel et bien qu'ils se trouvent à leur point de rencontre.

TECHNIQUE τ_3^2

Une autre technique est imaginée pour le troisième type de tâche de cet exercice. En effet, en reprenant les deux premières étapes de τ_3^1, il est possible d'utiliser la formule suivante

$$t = \frac{-x_{A_0}}{v_{A_0} - v_{B_0}}$$

pour résoudre l'exercice. La technique se décompose alors comme ci-dessous.

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.
   L'origine de l'axe temporel est fixée identiquement à τ_3^1.
2. Identifier x_{A_0}, v_A et v_B.
3. Résoudre $t = \dfrac{-x_{A_0}}{v_A - v_B}$.
4. Déterminer $x_A(t)$ en résolvant $x_A(t) = x_{A_0} + v_A t$ ou $x_B(t)$ en résolvant $x_B(t) = v_B t$.

TECHNOLOGIES

Les technologies θ_1^1 et θ_1^2 sont une nouvelle fois utilisées, pour des raisons similaires.

Technologie θ_3^2 (permettant de justifier 3).
Notons qu'une similitude existe entre le point 4 de τ_3^1 et le point 3 de τ_3^2. Effectivement, en repartant de l'égalisation de $x_A(t)$ et $x_B(t)$ et en utilisant les équations mathématiques du mouvement en MRU, nous obtenons que

$$\begin{aligned}
& x_A(t) = x_B(t) \\
\Leftrightarrow\quad & x_{A_0} + v_{A_0} t = v_{B_0} t \\
\Leftrightarrow\quad & (v_{A_0} - v_{B_0}) t = -x_{A_0} \\
\Leftrightarrow\quad & t = \frac{-x_{A_0}}{v_{A_0} - v_{B_0}}.
\end{aligned}$$

7. Nous utilisons uniquement la partie définition de ces technologies exposées précédemment, au niveau de l'Exercice 1. Les définitions faisant partie intégrante des manuels, c'est la raison pour laquelle nous représentons les technologies en gras.

Deux autres techniques, τ_3^3 et τ_3^4, directement liées respectivement à τ_3^1 et τ_3^2, peuvent être proposées. La résolution de cet exercice est un peu plus complexe si l'origine de l'axe temporel est fixée de manière quelconque. Dans ce cas, aucune position initiale ne sera nulle.

TECHNIQUE τ_3^3

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.
   L'origine de l'axe temporel est choisie de manière quelconque.

2. Identifier x_{A_0}, x_{B_0}, v_A et v_B.

3. Ecrire le système suivant

$$\begin{cases} x_A(t) = x_{A_0} + v_A t, \\ x_B(t) = x_{B_0} + v_B t, \end{cases}$$

   en y injectant les données identifiées lors de l'étape précédente.

4. Résoudre $x_A(t) = x_B(t)$ par rapport à la variable t.

TECHNOLOGIES

Les technologies sont identiques à celles proposées au niveau de τ_3^1.

TECHNIQUE τ_3^4

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.
   L'origine de l'axe temporel est choisie de manière quelconque.

2. Identifier x_{A_0}, x_{B_0}, v_A et v_B.

3. Résoudre $t = \dfrac{x_{B_0} - x_{A_0}}{v_A - v_B}$.

4. Déterminer $x_A(t)$ en résolvant $x_A(t) = x_{A_0} + v_A t$ ou $x_B(t)$ en résolvant $x_B(t) = x_{B_0} + v_B t$.

TECHNOLOGIES

Les technologies θ_1^1 et θ_1^2 sont une nouvelle fois employées, pour des raisons analogues.

Technologie θ_3^2 (permettant de justifier 3).
Cette technologie est une nouvelle fois usitée. Un détail est de nouveau proposé, le calcul étant quelque peu modifié

$$\begin{aligned} & x_A(t) = x_B(t) \\ \Leftrightarrow \quad & x_{A_0} + v_{A_0} t = x_{B_0} + v_{B_0} t \\ \Leftrightarrow \quad & (v_{A_0} - v_{B_0}) t = x_{B_0} - x_{A_0} \\ \Leftrightarrow \quad & t = \frac{x_{B_0} - x_{A_0}}{v_{A_0} - v_{B_0}}. \end{aligned}$$

PRÉ-REQUIS

Cet exercice suppose que l'élève soit capable à la fois de résoudre une équation mathématique du premier degré et de tracer un graphique d'une fonction mathématique du premier degré.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

Ce type de tâche peut amener à une tâche permettant à l'enseignant de susciter l'esprit critique des élèves vis-à-vis des réponses obtenues. En effet, si aucune valeur de t ne satisfait $x_A(t) = x_B(t)$, cela signifie que les deux mobiles, A et B ne se rencontreront jamais.

Par ailleurs, nous constatons ici une différence majeure entre les graphiques réalisés en mathématiques et en physique. Dans la première discipline, la fonction se présente sous la forme $f(x) = \ldots$, alors que dans la seconde, elle s'écrit plutôt $x(t) = \ldots$, le x représentant tantôt la variable, tantôt l'évaluation de la fonction. Les représentations de fonctions sont donc différentes (nous revenons sur ces observations en section 2.5). Il semble dès lors important de faire émerger cette observation afin que les élèves puissent transposer la matière vue lors du cours de mathématiques à celle étudiée dans le cadre du cours de physique.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse se trouve en FIGURE 2.3. Les technologies θ_1^1/θ_1^2 et θ_3^1 sont exposées au sein du manuel. En effet, ce dernier stipule, en page 15 qu'au « moment où le mobile 2 dépasse le mobile 1, ils se trouvent tous les deux à la même position $x : x_1(t) = x_2(t)$ ».[8]

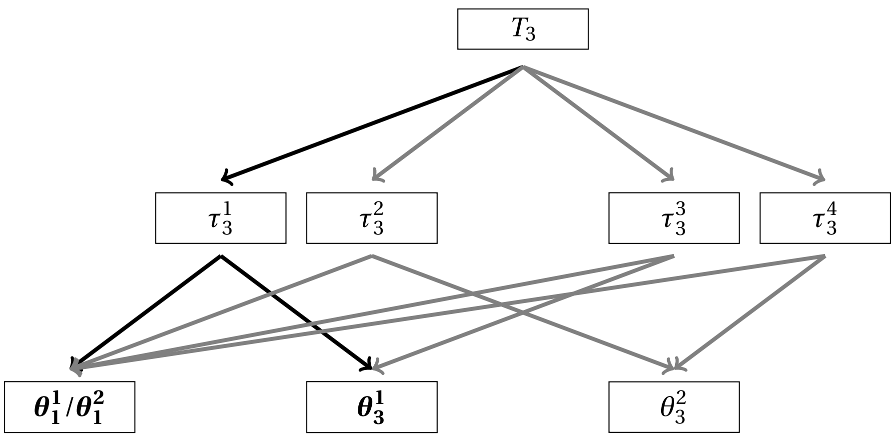

FIGURE 2.3. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_3 de l'exercice résolu en pages 14 et 15 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

8. Les mobiles notés 1 et 2 correspondent à ceux identifiés par A et B dans ce travail.

Exercice 2. ***Exercice 1 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]***
Supposons que les autoroutes des Ardennes (E 411) et de Wallonie (E 42) soient rectilignes et se coupent à angle droit à Daussoulx (FIGURE 2.4).

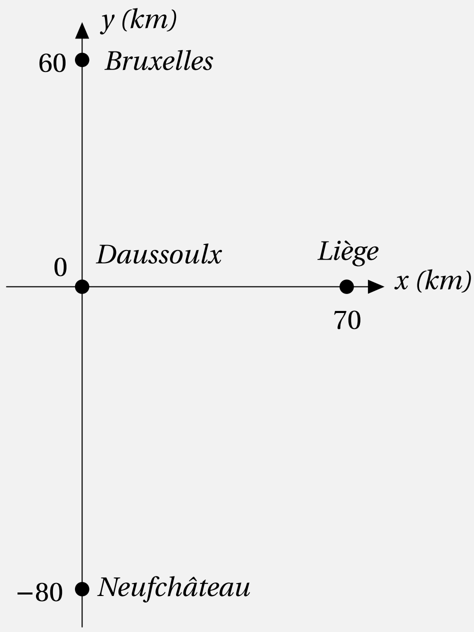

FIGURE 2.4. – Représentation des positions respectives de Bruxelles, Daussoulx, Liège et Neufchâteau

Un automobiliste habitant Daussoulx se rend successivement :
- *de Daussoulx à Neufchâteau ;*
- *de Neufchâteau à Bruxelles ;*
- *de Bruxelles à Liège en repassant par son domicile à Daussoulx.*

a) Pour chaque trajet :
  - *dessiner le vecteur déplacement ;*
  - *donner la grandeur du vecteur.*

b) Calculer :
  - *la grandeur du vecteur déplacement total ;*
  - *la distance totale parcourue.*

Quatre types de tâches ressortent de cet exercice, à savoir

T_4 : tracer un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position ;

T_5 : déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur un graphique position-position ;

T_6 : calculer la grandeur du vecteur déplacement total en MRU sur base d'un graphique position-position ;

T_7 : calculer la distance totale parcourue en MRU sur base d'un graphique position-position.

T_4 : tracer un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position.

TECHNIQUE τ_4^1

1. Identifier l'origine et la destination d'un déplacement en MRU, sur base d'un graphique position-position.

   Afin de déterminer l'origine et la destination d'un vecteur déplacement, il est nécessaire d'identifier les deux couples (x_1, y_1) et (x_2, y_2) du graphique correspondant respectivement au départ et à l'arrivée du déplacement.

2. Relier l'origine à l'extrémité par un vecteur dans le sens origine-extrémité.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_4^1 (permettant de justifier 2).

Le vecteur déplacement $\Delta\overrightarrow{r}$ est défini en page 9 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011] comme étant la « grandeur vectorielle qui caractérise la variation de position du mobile d'un point M vers un point M'. Il est donné par

$$\Delta\overrightarrow{r} = \overrightarrow{MM'}.$$

Il a donc pour origine la position du mobile à l'instant t et pour extrémité sa position à l'instant t' ».

Il est à remarquer que T_4 aurait très bien pu être résolu si la base du graphique position-position n'avait pas été fournie, pour autant que des données supplémentaires concernant les positions respectives des villes soient mentionnées au niveau de l'énoncé. Une nouvelle technique apparaît donc. Nous la notons τ_4^2.

TECHNIQUE τ_4^2

1. Fixer l'origine du graphique position-position.

2.a. Placer les villes sur le graphique position-position respectant l'échelle.

2.b. Placer les villes sur le graphique position-position, dessiné à main levée, indiquant les distances sans respecter l'échelle (voir FIGURE 2.5).

Que le graphique soit réalisé en respectant les distances ou non, cela ne change rien au niveau de la résolution de T_4. C'est la raison pour laquelle les deux procédures sont proposées dans une même technique et ne donnent pas naissance à deux techniques différentes.

3. Identifier l'origine et la destination d'un déplacement en MRU, sur base d'un graphique position-position.

4. Relier l'origine à l'extrémité par un vecteur dans le sens origine-extrémité.

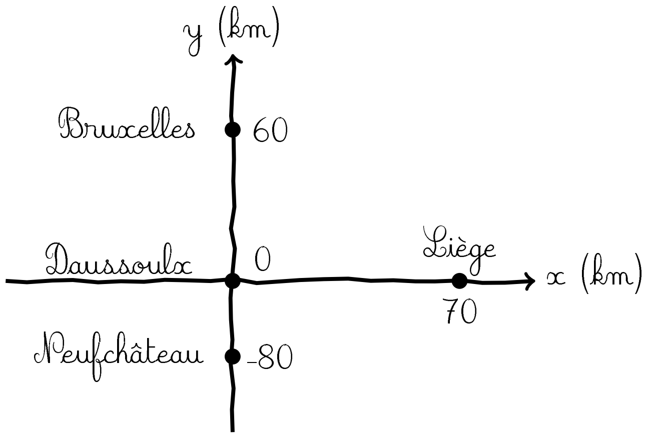

FIGURE 2.5. – Exemple de graphique position-position dessiné à main levée représentant la situation

TECHNOLOGIES

La technologie usitée au sein de cette technique est identique à celle exposée pour τ_4^1, à savoir θ_4^1.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

Notons que le symbole grec « Δ » est utilisé dans la notation du vecteur déplacement afin de mettre en évidence le fait que ce dernier corresponde à une différence entre deux vecteurs positions.

Par ailleurs, rappelons une définition plus rigoureuse, mathématiquement parlant, de la notion de vecteur dans un espace affine quelconque E. L'appellation « vecteur » provient en réalité de la notion de bipoint. Un bipoint (A, B) est un couple de deux points A et B, représenté par un segment de droite orienté de A à B. Il nous est ensuite possible de définir une relation d'équipollence sur l'ensemble des bipoints. En effet, selon [Roubtsov, V., 2016] (p. 1), « un bipoint (A, B) est équipollent[9] à un autre bipoint (C, D) si et seulement si $ABCD$ est un parallélogramme. Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est alors la classe d'équivalence du bipoint (A, B) pour la relation d'équipollence. On dira que A est l'origine de $\overrightarrow{AB}$ et B est l'extrémité de $\overrightarrow{AB}$ ». En d'autres termes, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est l'ensemble de tous les bipoints équipollents à (A, B). Le bipoint (A, B) n'est autre qu'un représentant de la classe « vecteur ». Dès lors, tout autre bipoint équipollent à (A, B) est également un représentant de $\overrightarrow{AB}$. Trois « vecteurs » sont représentés en FIGURE 2.6, les classes étant notées $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$. Un représentant est mis en évidence au niveau du vecteur $\mathscr{C}_1$. En secondaire, c'est le représentant de classe, c'est-à-dire un bipoint, qui est en réalité appelé vecteur en cours de mathématiques ou de physique. Nous rappelons ici que la notion de vecteur n'est pas abordée au sein de [Poncin, J., et al., 2004] pour les raisons expliquées préalablement.

9. Une autre définition de l'équipollence, interprétation de la première, est définie en [Soule-Nan B., 1992] (p. 9) : deux bipoints (A, B) et (C, D) sont équipollents si et seulement si ils « vérifient les trois conditions suivantes
- leurs supports ont parallèles;
- ils sont de même sens;
- la distance de A à B est égale à celle de C à D ».

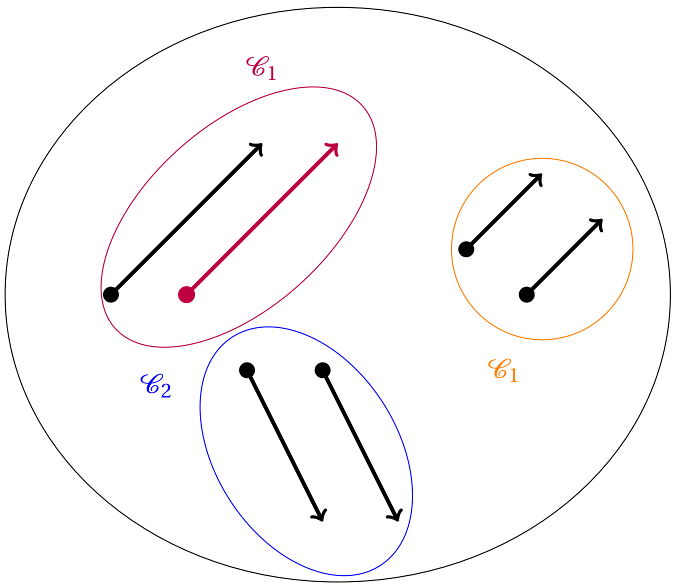

FIGURE 2.6. – Les notations $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ représentent trois classes « vecteur »

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse se trouve en FIGURE 2.7. Pour rappel, les flèches noires indiquent le cheminement opté par [Bribosia, A., et al., 2011, corrigé] alors que les grises mettent en évidence d'autres possibilités de résolution et de justifications.

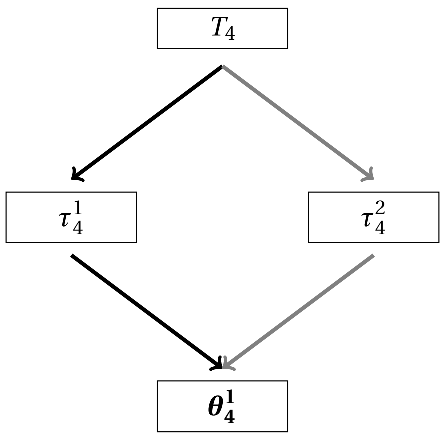

FIGURE 2.7. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_4 de l'exercice 1 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

T_5 : déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position.

TECHNIQUE τ_5^1

1. Identifier l'origine et la destination d'un déplacement en MRU, sur base d'un graphique position-position.

   Cette partie de technique ayant déjà été mentionnée lors de l'analyse de T_4, nous ne nous y attardons donc plus.

2.a. Calculer $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

2.b. Calculer $|x_2 - x_1|$ si le vecteur est totalement vertical ou $|y_2 - y_1|$ si le vecteur est totalement horizontal.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_5^1 (permettant de justifier 2.a).	Technologie θ_5^2 (permettant de justifier 2.b).
Soient $O = (x_1, y_1)$ l'origine et $D = (x_2, y_2)$ l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{OD}$ considéré. Dès lors, la grandeur du vecteur, est donnée par la formule suivante $$\|\overrightarrow{OD}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$ La grandeur du vecteur $\overrightarrow{OD}$ correspond à la distance séparant O de D, c'est-à-dire la longueur du segment $\overline{OD}$. Nous pouvons construire, via ce vecteur, un triangle rectangle, ayant pour bases les différences $\|x_2 - x_1\|$ et $\|y_2 - y_1\|$ ainsi que la longueur du segment pour hypoténuse. Sur base de ceci, le théorème de Pythagore, permettant de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle via les deux autres, nous permet de retrouver la formule de distance susmentionnée et ainsi déterminer la grandeur de l'hypoténuse du triangle rectangle qui n'est autre que le vecteur déplacement.	L'étape 2.b de τ_5^1 est un cas particulier de l'étape 2.a. En effet, pour un vecteur totalement horizontal (respectivement vertical), la différence $\|y_2 - y_1\|$ (respectivement $\|x_2 - x_1\|$) s'avère nulle. En remplaçant $\|y_2 - y_1\|$ ou $\|x_2 - x_1\|$ par zéro dans la formule de la grandeur d'un vecteur présentée à l'étape 2.a, nous retrouvons les résultats précités. Aussi, si l'occasion se présente, utiliser l'étape 2.b permet une résolution plus rapide. Cette justification est directement liée au parallélisme axes-vecteurs.

Il est à remarquer que T_5, comme T_4, aurait pu être résolu si la base du graphique position-position n'avait pas été fournie, moyennant de plus amples informations concernant les positions respectives des villes. Nous décidons ici de distinguer, d'un côté, une technique liée au graphique tracé à main levée indiquant les distances sans respecter l'échelle $\left(\tau_5^2\right)$ et, d'un autre, une technique liée au graphique dessiné à l'échelle $\left(\tau_5^3\right)$. Nous faisons ce choix car les deux techniques sont fondamentalement différentes en fonction du cas dans lequel nous nous situons.

TECHNIQUE τ_5^2

1. Fixer l'origine du graphique position-position.

2. Placer les villes sur le graphique position-position, dessiné à main levée et indiquant les distances sans respecter l'échelle.

3. Identifier l'origine et la destination d'un déplacement en MRU, sur base d'un graphique position-position.

4.a. Calculer $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

4.b. Calculer $|x_2 - x_1|$ si le vecteur est totalement vertical ou $|y_2 - y_1|$ si le vecteur est totalement horizontal.

TECHNOLOGIES

Les technologies usitées sont identiques à la technique τ_5^1, à savoir θ_5^1/θ_5^2.

TECHNIQUE τ_5^3

1. Fixer l'origine du graphique position-position.

2. Placer les villes sur le graphique position-position respectant l'échelle.

3. Identifier l'origine et la destination d'un déplacement en MRU, sur base d'un graphique position-position.

4. Mesurer la longueur du vecteur, moyennant le facteur d'échelle.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_5^3 (permettant de justifier 4).
Par définition, lorsque le graphique représentant la situation est dessiné à l'échelle, la grandeur du vecteur correspond à sa taille sur papier, moyennant un facteur d'échelle.

PRE-REQUIS

La formule de distance entre deux points est utilisée dans [Bribosia, A., et al., 2011, corrigé] afin de résoudre T_5 (déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position). Relevons le fait que celle-ci n'est toutefois pas rappelée au sein de ce manuel et est donc considérée comme étant un pré-requis mathématique.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

En reprenant les données de la FIGURE 2.8 représentant la situation décrite à l'**Exercice 2**, les grandeurs des deux premiers vecteurs déplacements, soient $\Delta\overrightarrow{r_1}$ et $\Delta\overrightarrow{r_2}$, valent respectivement 80 km et 140 km dans le corrigé ([Bribosia, A., et al., 2011, corrigé]). Une ambiguïté apparaît au niveau de la grandeur attribuée à ce premier vecteur. Effectivement, en page 12 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], il est écrit

- « lorsque le déplacement se fait dans le sens de l'axe Ox, $x_2 > x_1$ et donc $\Delta x > 0$ »,
- « lorsque le déplacement se fait dans le sens contraire de l'axe Ox, $x_2 < x_1$ et donc $\Delta x < 0$ ».

Dès lors, en analysant la représentation graphique de la situation (FIGURE 2.8), nous relevons que la grandeur Δr_1 vaut -80 km et est donc négative. Cependant, c'est bien la valeur absolue de la grandeur du vecteur déplacement qui est retenue au sein de [Bribosia, A., et al., 2011, corrigé]. Nous prenons comme postulat que ce choix a été réalisé pour faciliter le calcul de la distance totale parcourue.

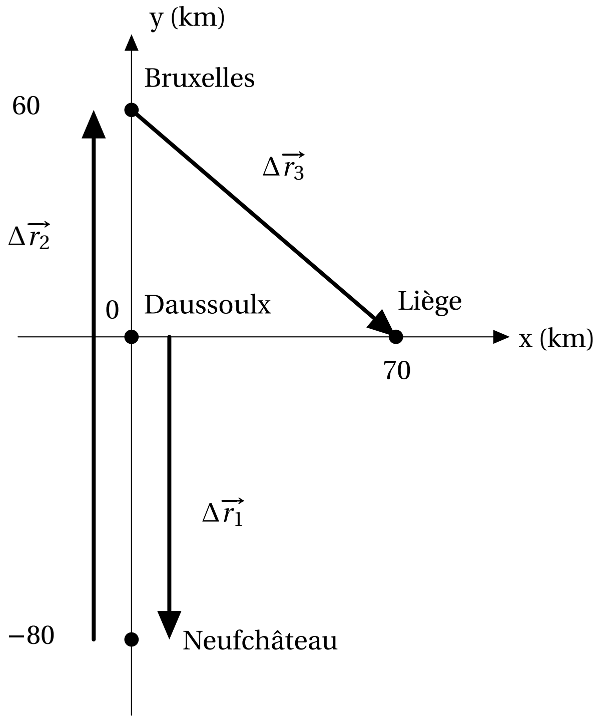

FIGURE 2.8. – Représentation des vecteurs déplacements $\left(\Delta\overrightarrow{r_1}, \Delta\overrightarrow{r_2} \text{ et } \Delta\overrightarrow{r_3}\right)$ sollicités dans l'**Exercice 2**, les indices correspondent à l'ordre dans lequel les déplacements successifs ont lieu

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse est présentée en page 32, à la fin de l'étude du type de tâche T_6 (calculer la grandeur du vecteur déplacement total en MRU sur base d'un graphique position-position). Les techniques et technologies étant fortement identiques, nous adoptons cette stratégie afin de ne pas réaliser inutilement un nouveau schéma.

T_6 : calculer la grandeur du vecteur déplacement total en MRU sur base d'un graphique position-position.

Comme mentionné à l'instant, les techniques utilisées pour résoudre T_6 sont identiques à celles présentées au niveau de T_5, à savoir τ_5^1, τ_5^2 et τ_5^3. Notons que les technologies justifiant les techniques sont également les mêmes, à savoir θ_5^1/θ_5^2 et θ_5^3. Il est nécessaire de bien identifier le point de départ et d'arrivée du déplacement total, définis par la relation de Chasles [10] $\left(\theta_6^1\right)$.

10. La relation de Chasles est exploitée au niveau des considérations didactiques liées au type de tâche T_6.

Pré-requis

Le vecteur déplacement total n'est pas défini dans le manuel [Bribosia, A., et al., 2011]. Il n'est toutefois pas difficile d'en comprendre sa signification, au vu de sa dénomination.

Considérations didactiques

Il est à remarquer ici que tous les déplacements sont successifs : l'origine du second déplacement correspond à l'extrémité du premier, et ainsi de suite. Si tel n'avait pas été le cas, la translation de certains vecteurs se serait avérée nécessaire dans un premier temps afin de les rendre successifs et ainsi déterminer l'origine et l'extrémité du vecteur déplacement total. Dès lors, ce dernier s'obtient en utilisant la relation de Chasles affirmant que quelque soient les points F, G et H considérés, nous avons que $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{FH}$. Ainsi, le vecteur $\overrightarrow{FH}$ n'est autre que la somme des vecteurs $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{GH}$ (voir Figure 2.9).

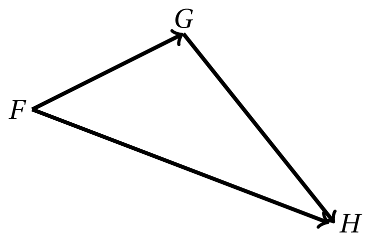

Figure 2.9. – Illustration de la relation de Chasles

Représentation schématique

La représentation schématique de l'étude relative à T_5 (déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position) et T_6 (calculer la grandeur du vecteur déplacement total en MRU sur base d'un graphique position-position) se trouve en Figure 2.10. Nous remarquons que toutes les justifications sont absentes du corrigé du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]. La technologie θ_6^1 (relation de Chasles), absente du manuel, n'est pas exposée en Figure 2.10 puisqu'elle justifie T_6 mais pas T_5.

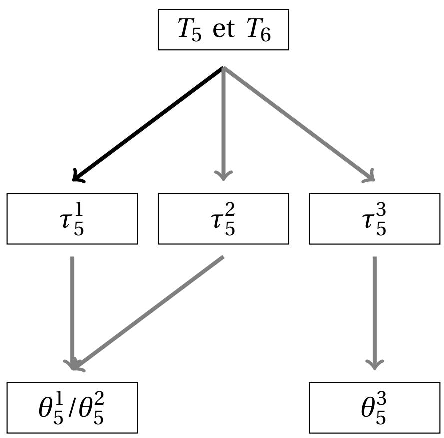

Figure 2.10. – Schématisation de l'organisation praxéologique des types de tâches T_5 et T_6 de l'exercice 1 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

T_7 : calculer la distance totale parcourue en MRU sur base d'un graphique position-position.

TECHNIQUE τ_7^1

Additionner les différentes grandeurs des vecteurs déplacements.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_7^1.
Par définition, la distance totale parcourue s'obtient en additionnant les grandeurs des différents vecteurs déplacements entrant en jeu dans le problème.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

Il est important de se rendre compte que, tel que précisé en page 9 de [Bribosia, A., et al., 2011], la longueur d'un vecteur déplacement et donc, plus particulièrement, d'un vecteur déplacement total, ne correspond pas à la distance totale parcourue. Effectivement, il existe une infinité d'itinéraires plausibles pour une origine et une destination fixées, c'est-à-dire, pour un même vecteur déplacement. Ces propos sont illustrés en FIGURE 2.11.

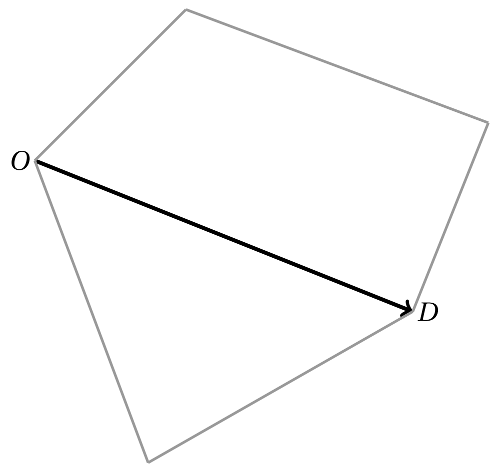

FIGURE 2.11. – Schéma illustrant d'une part le fait que la distance totale parcourue n'est pas égale à la longueur du vecteur déplacement total et, d'autre part, l'existence de plusieurs itinéraires (tracés en gris sur la figure) pour une origine O et une destination D fixées pour un même vecteur déplacement (représenté en noir sur la figure)

Nous remarquons que les grandeurs des différents vecteurs déplacements permettant de calculer la distance totale parcourue ont déjà été calculées lors de T_5 (déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position). Dès lors, si T_5 n'est pas préalablement demandé dans l'exercice, il est nécessaire d'ajouter l'une des techniques suivantes avant de recourir à τ_7^1 au niveau de T_7 (calculer la distance totale parcourue en MRU, sur base d'un graphique position-position).

1. Technique τ_5^1, justifiée par les technologies θ_5^1/θ_5^2 ;

2. Technique τ_5^2, justifiée par les technologies θ_5^1/θ_5^2 ;

3. Technique τ_5^3, justifiée par les technologies θ_5^3.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse est présentée en FIGURE 2.12. Les liens existants entre types de tâches, techniques et technologies sont, comme précédemment, représentés via des flèches noires et grises. Les premières indiquent le cheminement adopté au sein du manuel [Bribosia, A., et al., 2011, corrigé] et les secondes illustrent d'autres possibilités de résolution.

Des flèches horizontales sont visibles au niveau de la représentation propre à T_7, ce qui signifie que les techniques τ_5^3, τ_5^1 et τ_5^2 seules ne permettent pas de résoudre la tâche demandée. Elles doivent être accompagnées de la technique τ_7^1. Par ailleurs, aucune justification n'est présentée au sein de [Bribosia, A., et al., 2011].

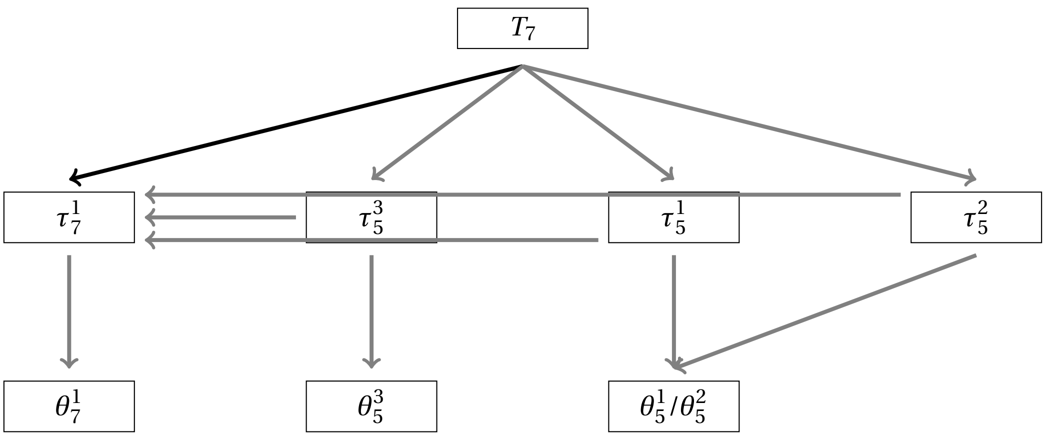

FIGURE 2.12. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_7 de l'exercice 1 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

Exercice 3. ***Exercice 2 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]***
Soit à la FIGURE *2.13 le graphique position-temps du mouvement d'un automobiliste.*

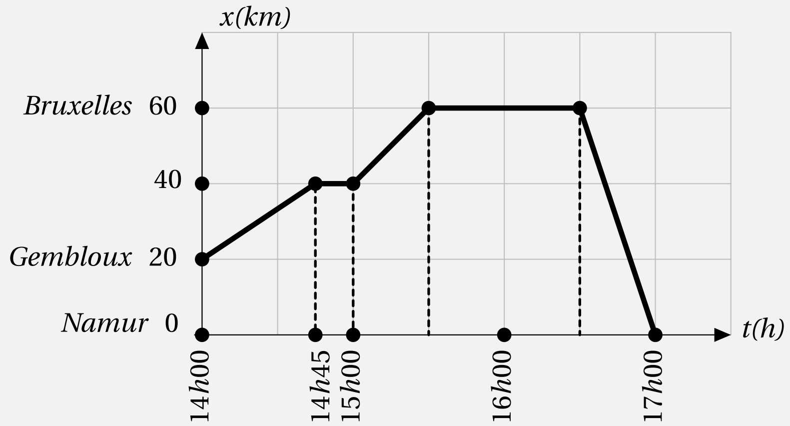

FIGURE 2.13. – Graphique position-temps du mouvement d'un automobiliste

(...) [a]
a) Calculer la distance totale parcourue.
b) Calculer la durée totale de l'immobilité.
c) Calculer la vitesse moyenne :
- *entre 14h00 et 15h30 ;*
- *entre 16h30 et 17h00.*

d) Donner la grandeur du vecteur déplacement entre 14h00 et 17h00.

a. Une partie de l'exercice n'apportant rien à cette analyse n'est pas reprise dans ce travail.

Cet exercice présente quatre types de tâches distincts, à savoir

T_8 : calculer la distance totale parcourue en MRU sur base d'un graphique position-temps ;

T_9 : calculer la vitesse moyenne d'un mobile en MRU, pour un intervalle de temps fixé, sur base d'un graphique position-temps ;

T_{10} : déterminer la durée de l'immobilité d'un mobile en MRU sur un graphique position-temps ;

T_{11} : déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-temps.

T_8 : calculer la distance totale parcourue en MRU, sur base d'un graphique position-temps.

TECHNIQUE τ_8^1

1.a. Additionner les différentes grandeurs des déplacements successifs directement identifiées sur l'axe des ordonnées.
C'est cette étape qui est utilisée dans le manuel.

1.b. Identifier et additionner les grandeurs des parties croissantes et décroissantes de la fonction.
Cette procédure permet de moins scinder les différentes opérations.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_8^1 (permettant de justifier 1.a).	Technologie θ_8^2 (permettant de justifier 1.b).
La grandeur d'un déplacement s'obtient en calculant la différence entre les ordonnées, c'est-à-dire en effectuant $$\lvert x_2 - x_1 \rvert.$$ En effet, comme le précise son appellation, un graphique position-temps exprime la position (ordonnées) en fonction du temps (abscisses).	C'est parce que la fonction est continue qu'il nous est permis de pratiquer tel qu'expliqué en 1.b.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse liée à T_8 est disponible en FIGURE 2.14. Nous avons trouvé une technique permettant de résoudre T_8. Notons qu'aucune justification n'est proposée dans [Bribosia, A., et al., 2011].

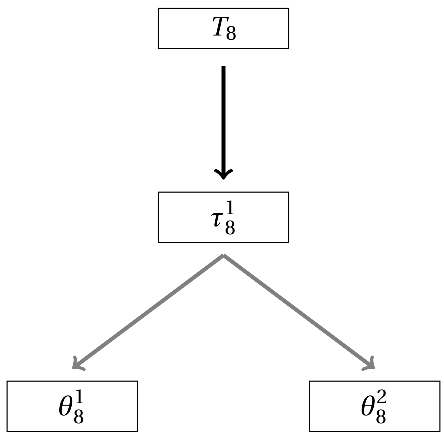

FIGURE 2.14. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_8 de l'exercice 2 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

T_9 : calculer la vitesse moyenne d'un mobile en MRU, pour un intervalle de temps fixé, sur base d'un graphique position-temps.

TECHNIQUE τ_9^1

1. Identifier la période de temps considérée sur base d'un graphique position-temps.

2.a. Calculer $\dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$.

2.b. Calculer la valeur de l'angle α et en prendre sa tangente, $\tan(\alpha)$ (voir FIGURE 2.15).

2.c. Calculer $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.
Cette étape est utilisée dans le manuel.

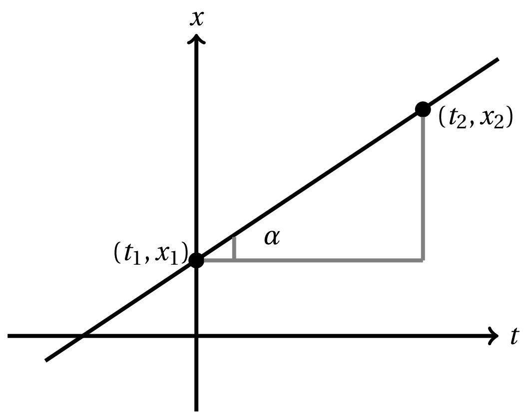

FIGURE 2.15. – Schéma représentant l'angle α

TECHNOLOGIES

Technologie θ_9^1 (permettant de justifier 2.a).	Technologie θ_9^2 (permettant de justifier 2.b).	Technologie θ_9^3 (permettant de justifier 2.c).
Tel qu'expliqué en page 13 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], en MRU, « puisque $x(t)$ est une fonction du premier degré, la représentation graphique de la position x en fonction du temps est une droite dont le coefficient angulaire (ou la pente) représente la vitesse v ». Or, la pente d'une droite se calcule en effectuant le rapport de la différence des ordonnées de deux points de la droite et de la différence des abscisses de ces derniers. Le calcul à effectuer est donc le suivant $$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1},$$ où (t_1, x_1) et (t_2, x_2) sont les coordonnées de deux points de la droite.	Par définition, la tangente d'un angle α dans un triangle rectangle est le rapport entre le côté opposé et le côté adjacent à cet angle. Dans notre cas, $\tan(\alpha) = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$. Nous remarquons que la formule est identique à celle exposée précédemment au niveau de θ_9^1.	La vitesse se définit, en page 13 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], par $$\text{« } v = \frac{x_t - x_0}{t - t_0} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \ldots = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante}, \quad (2.4)$$ où $x_0, x_1, x_2, \ldots$ sont les positions du mobile aux instants $t_0, t_1, t_2, \ldots$ Il semble dès lors logique de recourir à la formule $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, quand l'occasion se présente pour déterminer la vitesse v d'un mobile en MRU.

Deux autres techniques, peuvent être proposées afin de résoudre T_9, nous les notons τ_9^2 et τ_9^3.

TECHNIQUE τ_9^2

1.a. Identifier Δx et Δt et résoudre $\Delta x = v\Delta t$ par rapport à v.

1.b. Identifier $x(t), x_0$ et t et résoudre $x(t) = x_0 + vt$ par rapport à v.

TECHNOLOGIES

Les technologies θ_1^1 et θ_1^2 permettent de justifier 1.a et 1.b. Une nouvelle fois, seules les parties définitions sont à prendre en compte.

TECHNIQUE τ_9^3

1.a. Identifier Δx et Δt et calculer v via $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

1.b. Identifier $x(t), x_0$ et t et calculer v via $v = \dfrac{x(t) - x_0}{t}$.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_9^3 (permettant de justifier 1.a).	Technologie θ_9^4 (permettant de justifier 1.b).
Cette technologie a déjà été explicitée lors de la technique précédente.	En prenant l'instant initial t_0 comme nul dans (2.4) et en optant pour la notation $x_t = x(t)$, nous retrouvons la formule de 1.b.

PRÉ-REQUIS

Calculer la pente d'une droite est considéré comme un pré-requis que l'élève doit maîtriser afin de résoudre cet exercice via 2.a de τ_9^1. Cette notion est rappelée en page 23 du manuel [Poncin, J., et al., 2004] mais ne l'est pas dans [Bribosia, A., et al., 2011].

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

Prenons les formules 1.a de τ_9^2 et 1.a de τ_9^3. En mathématiques, elles sont équivalentes alors que dans d'autres disciplines, par contre, l'ensemble des formules et leurs transposées sont fournies, un peu comme si elles étaient différentes les unes des autres. Selon les principes d'équivalences mathématiques, il nous est permis de retrancher (ou d'ajouter) un même nombre des deux côtés de l'égalité. Il en va de même pour la multiplication et la division par un facteur identique, pour autant que ce dernier soit différent de zéro dans le second cas. Il est dès lors intéressant de montrer les liens existant aux élèves.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

Nous retrouvons la schématisation de l'analyse praxéologique de T_9 en FIGURE 2.16.

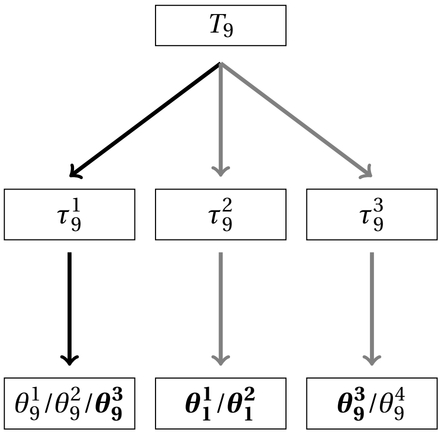

FIGURE 2.16. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_9 de l'exercice 2 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

T_{10} : déterminer la durée de l'immobilité d'un mobile en MRU, sur base d'un graphique position-temps.

TECHNIQUE τ_{10}^1

1. Identifier les parties totalement horizontales du graphique position-temps, y compris leur moment de début (t_1) et de fin (t_2).

2. Calculer $|t_2 - t_1|$ pour chaque partie horizontale.

3. Additionner les durées de chaque immobilité.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_{10}^1 (permettant de justifier 1).
Pour rappel, tel qu'expliqué en page 13 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], « puisque $x(t)$ est une fonction du premier degré, la représentation graphique de la position x en fonction du temps est une droite dont le coefficient angulaire (ou la pente) représente la vitesse v ». Dès lors, une pente nulle correspond à une vitesse nulle. Le mobile ne se déplace donc pas et reste immobile.

Technologie θ_{10}^2 (permettant de justifier 1).
Une autre technologie peut être proposée pour la première étape de cette technique. En effet, une immobilité se caractérise par une augmentation en t sans augmentation des valeurs de x. Les périodes d'immobilité se caractérisent donc bel et bien par des segments horizontaux dans un graphique position-temps.

Technologie θ_{10}^3 (permettant de justifier 2).
La durée d'une immobilité s'obtient en calculant la différence entre les abscisses t_1 et t_2, c'est-à-dire en effectuant

$$|t_2 - t_1|.$$

La période temporelle sur un graphique position-temps s'identifie sur base de l'axe des abscisses. En effet, comme son nom l'indique, ce graphique exprime la position (ordonnées) en fonction du temps (abscisses).

PRÉ-REQUIS

Dans aucun des deux manuels il n'est expliqué comment déterminer l'immobilité d'un mobile sur base du graphique position-temps représentant la situation. L'élève est donc amené à combiner plusieurs savoirs pour répondre à la question initiale. Effectivement, sur base de la théorie présentée dans le manuel [Bribosia, A., et al., 2011], l'élève est capable de déterminer la vitesse du mobile sur base du graphique position-temps. Cette dernière correspond à la pente de la tangente du graphique position-temps. Ainsi, l'immobilité d'un mobile équivaut à une vitesse nulle se visualisant graphiquement par une pente nulle.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

L'analyse praxéologique détaillée de T_{10} est proposée en FIGURE 2.17. Nous remarquons qu'aucune justification n'est abordée au sein de [Bribosia, A., et al., 2011].

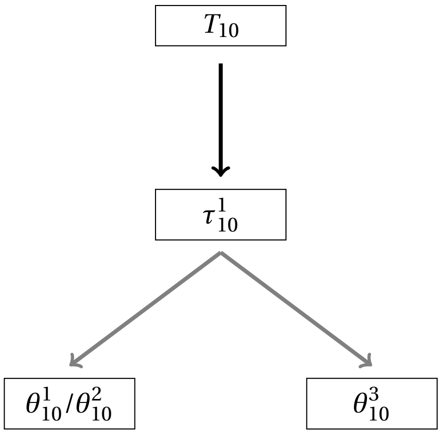

FIGURE 2.17. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_{10} de l'exercice 2 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

T_{11} : déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-temps [11].

TECHNIQUE τ^1_{11}

1. Identifier l'origine (x_1) et l'extrémité (x_2) du déplacement.

2. Calculer $|x_2 - x_1|$.

11. Pour rappel, le graphique représentant la situation est disponible en FIGURE 2.13.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_8^1 (permettant de justifier 2).
Cette technologie a déjà été détaillée précédemment.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse se trouve en FIGURE 2.18. Une fois encore, aucune justification n'est proposée dans le manuel.

$$\begin{tikzcd} \boxed{T_{11}} \arrow[d] \\ \boxed{\tau_{11}^1} \arrow[d] \\ \boxed{\theta_8^1} \end{tikzcd}$$

FIGURE 2.18. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_{11} de l'exercice 2 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

> **Exercice 4.** ***Exercice 5 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]***
> *Deux sprinters s'alignent pour un départ du 200 m. Au signal du starter, le premier démarre avec une vitesse de 8,30 m/s qui sera constante sur tout le parcours.*
>
> *Le second, distrait par le bruit ambiant du stade, part 0,100 s plus tard. Sa vitesse est alors de 8,50 m/s.*
>
> *Calculer le moment du dépassement et la distance parcourue à ce moment par les deux coureurs.*
>
> *Traiter le problème comme si le mouvement était rectiligne.*

Le type de tâche présent dans cet exercice peut correspondre à T_2 ou à T_3. Aucune contrainte n'est en effet explicitée, laissant une certaine liberté de résolution. Un type de tâche plus global, reprenant les deux précédents, pourrait correspondre à « trouver le point de rencontre de deux mobiles ». Dans le corrigé [Bribosia, A., et al., 2011, corrigé], le type de tâche pris en considération est T_3 : trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU, par calcul. Notons qu'une représentation graphique de la situation est également proposée dans ce même manuel. Elle aurait pu être utilisée afin de résoudre le problème graphiquement, tel que lors de l'**Exercice** 1 dont l'énoncé est présenté en page 16.

Après analyse de la résolution proposée de cet **Exercice** 4, nous constatons que les techniques et technologies utilisées sont identiques à celles du type de tâche T_3 abordé à l'**Exercice** 1. C'est pour cette même raison que nous ne revenons pas en détail sur cette même analyse.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse se trouve en FIGURE 2.19. Pour rappel, les flèches noires et grises représentent les liens entre types de tâches, techniques et technologies. Les premières indiquent le cheminement adopté au sein du manuel [Bribosia, A., et al., 2011] alors que les secondes montrent d'autres relations possibles.

Comme précisé ci-dessus, deux types de tâches, T_2 et T_3, peuvent ressortir de cet exercice. Ici, le type de tâche T_1 n'est pas utilisé alors qu'il l'était dans l'**Exercice** 1. Pour rappel, dans ce premier exercice, les techniques τ_1^1 et τ_1^2 permettent de tracer le graphique position-temps de la situation, pour un mobile en MRU. Elles sont également présentes au niveau de T_2, dans le cas où le type de tâche T_1 est absent, ce qui est le cas dans cet **Exercice** 4. Nous pouvons dès lors nous en sortir sans tenir compte de T_1. Notons toutefois que la technique τ_2^1 ne peut plus être utilisée seule pour résoudre T_2. Il faut en effet obligatoirement la combiner préalablement avec τ_1^1 ou τ_1^2.

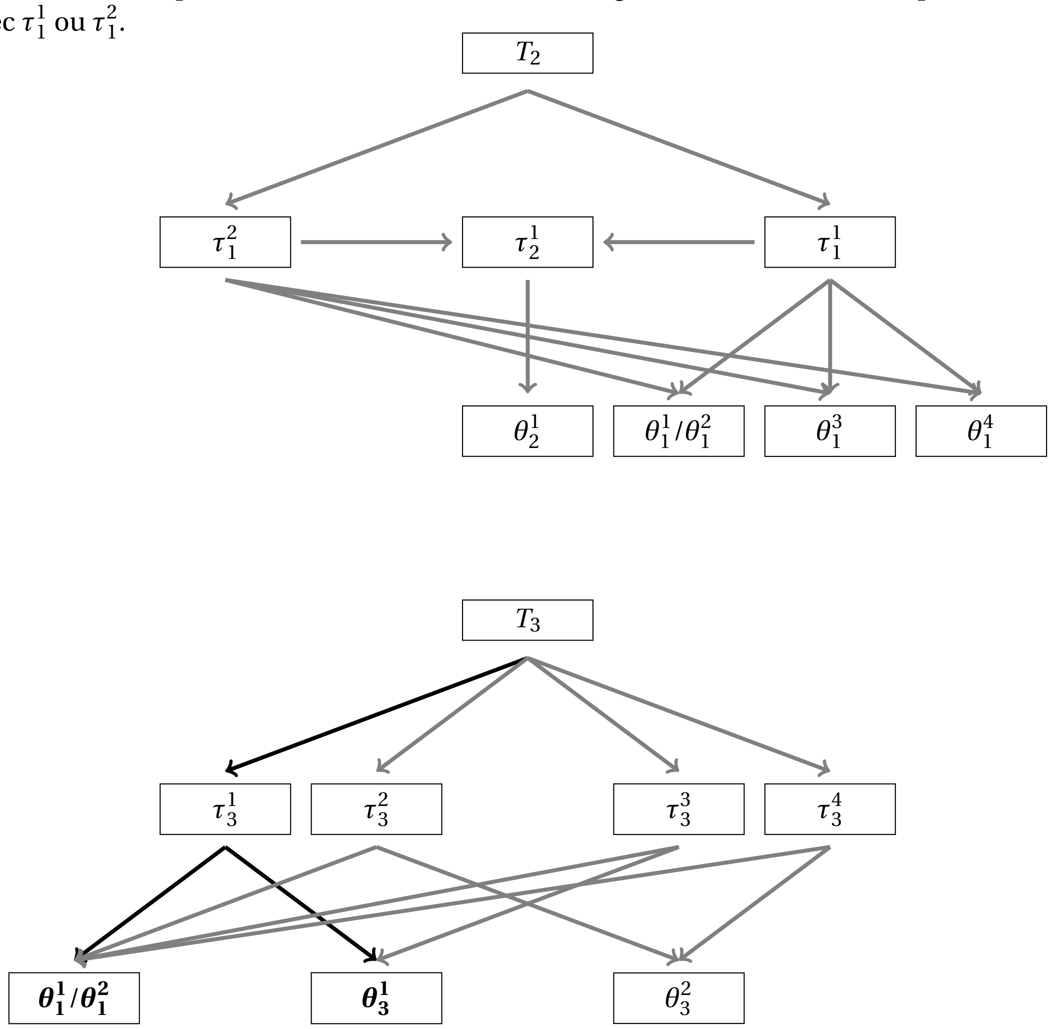

FIGURE 2.19. – Schématisation de l'organisation praxéologique des types de tâches T_2 et T_3 l'exercice 5 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

Exercice 5. ***Exercice 6 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]***
Un premier automobiliste part de Marche-en-Famenne à 7h30; sa vitesse constante est de 120 km/h. Un second part de Gand (à 170 km de Marche-en-Famenne) à 7h00; sa vitesse est de 100 km/h.

a) Tracer le graphique position-temps pour chaque mouvement.
b) Calculer la position et le moment du croisement de ces deux mobiles.

Un canevas similaire à l'**Exercice** 1 détaillé en début de chapitre est utilisé. Nous ne revenons donc plus sur les différentes étapes explicitées précédemment. Il est intéressant de remarquer que, pour un type de tâche donné, les techniques et technologies restent identiques. Dans l'énoncé de l'**Exercice** 5, il est uniquement demandé comme première tâche de « tracer le graphique position-temps pour chaque mouvement » et, comme seconde de « calculer la position et le moment du croisement de ces deux mobiles ». Dans le corrigé de ce manuel, le lieu et le moment du dépassement sont déterminés analytiquement, tel que demandé, ainsi que graphiquement. Deux raisons peuvent expliquer une telle situation. D'une part, l'élève, ayant déjà été confronté à diverses reprises à ce type d'énoncé, doit être en mesure de décoder implicitement les attentes de l'auteur, à savoir résoudre l'exercice de deux manières distinctes alors qu'une seule résolution n'est réellement demandée. Nous retrouvons ici la notion de contrat didactique, concept fondamental en didactique. Ce contrat correspond à un ensemble de règles implicites auxquelles les élèves vont se soumettre. Elles déterminent le rôle que chaque élève ou enseignant doit adopter. Ainsi, s'il désire réussir, l'élève doit progressivement comprendre ce que le professeur attend tacitement de lui. La rupture intentionnelle de ce contrat, de temps à autre, est intéressante afin de dissoudre certaines règles installées en dépit du bon vouloir de l'enseignant. Par ailleurs, la clarification de ce contrat didactique s'avère utile, notamment lors des évaluations, moments où les élèves doivent parfaitement comprendre les consignes. D'autre part, une autre possibilité serait d'également présenter la résolution graphique afin que l'élève puisse choisir la manière de résolution qui lui correspond le mieux et s'auto-corriger.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

Il est important de remarquer que le type de mouvement présenté dans cet exercice et certains autres (à savoir le MRU) est implicite. Etant indiqué dans l'énoncé que le mobile roule à vitesse constante, l'élève doit être à même d'identifier le mouvement présent, soit le MRU.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de notre analyse se trouve en FIGURE 2.20. Les liens existants entre types de tâches, techniques et technologies sont représentés via des flèches noires et grises. Les premières indiquent le cheminement adopté au sein du manuel [Bribosia, A., et al., 2011] alors que les secondes montrent d'autres possibilités de résolution. Nous ne revenons plus sur les détails de cette représentation ayant déjà été exposée lors de l'**Exercice** 1.

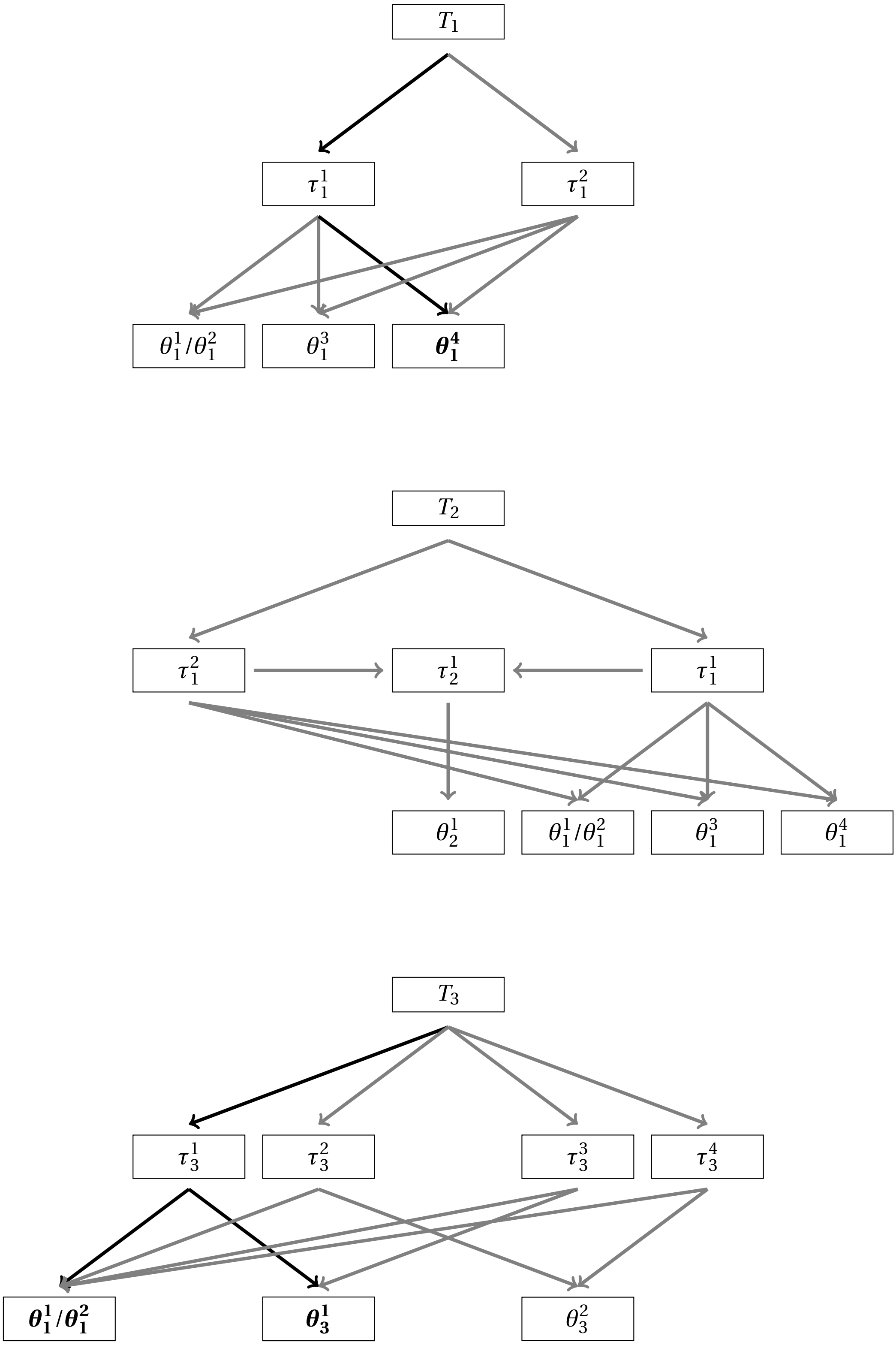

FIGURE 2.20. – Schématisation de l'organisation praxéologique des types de tâches de l'exercice 6 en page 17 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

2.3.2. Les mouvements rectilignes uniformément variés (MRUV)

Dans cette partie, nous analysons, en termes de praxéologie, deux exercices portant sur les mouvements rectilignes uniformément variés (MRUV). Nous fonctionnons de manière analogue à précédemment.

Exercice 6. ***Exercice résolu en page 28 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]***
Un automobiliste roule sur une grand-route à la vitesse de 72 km/h. Soudain un chat traverse 70 m devant lui. Le temps de réaction de l'automobiliste est de 0,80 s avant qu'il ne commence à freiner à raison d'une accélération $a = -4,0 m/s^2$. Parvient-il dans ces conditions à éviter le chat ? Si oui, quelle distance reste-il entre le chat et la voiture immobilisée ? Si non, quelle distance a-t-il manqué au conducteur pour éviter le chat ?

Le type de tâche présent dans cet exercice s'apparente à calculer la distance totale parcourue. Effectivement, afin de trouver la distance qui sépare un mobile d'un obstacle, il y a lieu, dans un premier temps, de déterminer la distance parcourue par le mobile. Deux mouvements étant présents dans cet exercice, deux types de tâches distincts apparaissent : T_{12} pour la partie MRU et T_{13} pour celle du MRUV. Une représentation de la situation est présentée en FIGURE 2.21.

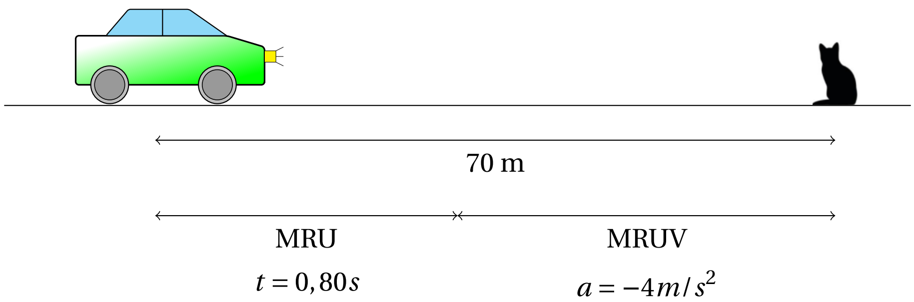

FIGURE 2.21. – Représentation de la situation présentée à l'**Exercice** 6

T_{12} : calculer la distance totale parcourue en MRU via l'équation mathématique du mouvement.

TECHNIQUE τ_{12}^1

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.
   L'origine de l'axe temporel est fixée de manière réfléchie.

2.a. Identifier v et t et rechercher $x(t)$ à partir de $x(t) = vt$.
Il s'agit de l'étape utilisée dans le correctif du manuel [Bribosia, A., et al., 2011].

2.b. Identifier v et Δt et rechercher $x(t)$ à partir de $x(t) = v\Delta t$.

2.c. Identifier v et t et calculer vt.

TECHNOLOGIES

Les technologies θ_1^1 et θ_1^2 font l'objet de la justification [12] de τ_{12}^1. La première, θ_1^1, permet de justifier 2.a et 2.c alors que la seconde explique 2.b. Ayant déjà fait partie d'analyses antérieures,

12. Une remarque similaire à une autre précédente concernant ces deux technologies est à prendre en compte : nous utilisons les définitions présentes dans ces justifications.

nous ne revenons plus sur les détails explicatifs liés à ces technologies.

TECHNIQUE τ_{12}^{2}

Une nouvelle technique, notée τ_{12}^{2}, est envisagée et considère l'axe temporel fixé de manière quelconque. Comme expliqué à l'**Exercice** 1 page 16, la résolution de l'exercice est un peu plus complexe puisqu'elle fait intervenir la position initiale x_0 du mobile. Une étude analogue ayant déjà été abordée, nous ne revenons plus sur les détails.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

Il est aisé de voir la similitude existant entre les étapes 2.a et 2.c de τ_{12}^{1}, l'une cherchant $x(t)$ via l'équation $x(t) = vt$ et l'autre calculant vt. Cependant, 2.a nous indique ce qui est recherché, soit la position $x(t)$, ce qui n'est pas le cas de 2.c. Il semble dès lors plus judicieux de recourir à 2.a pour conserver une certaine logique de résolution et une bonne compréhension.

En outre, nous remarquons que le temps $t = 0,80s$ exposé en FIGURE 2.21 en page 45 correspond en réalité à Δt, soit le temps durant lequel le mobile se déplace en MRU. En fonction de la situation, l'élève est amené à comprendre la signification exacte de t et Δt, la différence entre les deux semblant effectivement ambigüe.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

Notre analyse praxéologique du type de tâche T_{12} est schématisée en FIGURE 2.22. Comme à l'accoutumée, les flèches noires représentent le cheminement adopté au sein du manuel et les grisées apportent de nouvelles méthodes de résolutions et justifications.

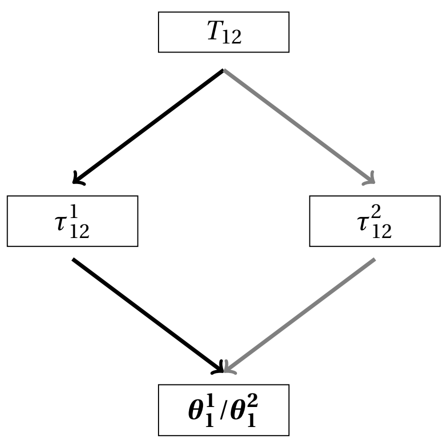

FIGURE 2.22. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_{12} de l'exercice résolu en page 28 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

T_{13} : calculer la distance totale parcourue en MRUV via l'équation mathématique du mouvement.

TECHNIQUE τ_{13}^{1}

1. Fixer l'origine de l'axe temporel.
   L'origine temporelle est judicieusement choisie : le départ du MRUV correspond à la fin du MRU. Dès lors,
   $$x_{0_{MRUA}} = x(t)_{MRU}.$$

2.a. Identifier v_0, a et $v(t)$ et résoudre $v(t) = v_0 + at$ par rapport à t.
Cette partie de technique est utilisée au sein du manuel.

2.b. Identifier $\Delta v, a$ et t_0 et trouver t via $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, où $\Delta t = t - t_0$.

3.a. Identifier x_0 et calculer $x(t)$ via $x(t) = x_0 + v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$.
Cette partie de technique est utilisée au sein du manuel.

3.b. Identifier x_0 et calculer $x(t)$ via $\Delta x = \dfrac{v_0 + v}{2} t$, où $\Delta x = x(t) - x_0$.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_{13}^{1} (permettant de justifier 2.a).	Technologie θ_{13}^{2} (permettant de justifier 2.b).
L'équation mathématique de la vitesse en MRUA, dans le manuel [Bribosia, A., et al., 2011], est donnée par $$v(t) = v_0 + at,$$ où $v(t)$ représente la vitesse du mobile au cours du temps t et v_0 ainsi que a correspondent respectivement à la vitesse initiale et l'accélération du mobile. Diverses données sont connues : la vitesse initiale (v_0), la vitesse finale ($v(t)$), l'accélération (a) ainsi que la position initiale du mouvement (x_0). La valeur de t est donc identifiée sur base de cette équation. Le manuel [Poncin, J., et al., 2004] en donne une définition similaire en page 28.	La formule de l'accélération en MRUA, présentée en pages 26 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011] et 28 du manuel [Poncin, J., et al., 2004], est donnée par $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \ldots = \text{constante},$$ où a est l'accélération du mobile, Δv représente la différence de deux de ses vitesses durant la période du mouvement déterminée par Δt qui lui-même correspond à la différence entre les deux instants respectifs. Ayant connaissance de a, Δv et t_0, il nous est possible de déterminer t en résolvant une équation à une inconnue.

Technologie θ_{13}^3 (permettant de justifier 3.a).	Technologie θ_{13}^4 (permettant de justifier 3.b).
Selon [Bribosia, A., et al., 2011], page 27, « la position $x(t)$ à un instant t est donnée par [13] $$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} »,$$ où $x(t)$ représente la position du mobile à l'instant t et x_0, v_0 et a correspondent respectivement à la position initiale, vitesse initiale et accélération du mobile. Une définition similaire est proposée en page 31 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]. Seule $x(t)$ demeure inconnue. L'équation reprise ci-dessus permet donc de la déterminer.	La distance parcourue peut également être retrouvée via la formule $$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} t$$ tel que précisé en pages 27 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011] et 31 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]. Les vitesses, la position initiale et le temps étant connus, il est possible de déterminer $x(t)$.

Ces deux technologies, θ_{13}^3 et θ_{13}^4, sont étroitement liées. En effet, repartons de l'expression

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Nous avons également par définition que

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 + at \\ \Leftrightarrow a &= \frac{v(t) - v_0}{t}. \end{aligned}$$

En injectant l'expression ainsi trouvée pour l'accélération dans l'équation du mouvement en MRUV susmentionnée et en optant par la même occasion pour la notation $v(t) = v$, nous retrouvons l'expression

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} t.$$

TECHNIQUE τ_{13}^2

Tout comme pour T_{12}, une autre technique, que nous notons τ_{13}^2 peut être appliquée afin de résoudre T_{13}. Nous y considérons l'axe temporel fixé de manière quelconque, ce qui engendre quelques complications au niveau de la détermination de x_0. Nous n'entrons plus dans les détails.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La schématisation de l'analyse praxéologique du type de tâche T_{13} est détaillée en FIGURE 2.23. Toutes les technologies sont abordées au sein de la partie théorique du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]. Elles correspondent principalement à des définitions propres au MRUV.

13. Cette définition se trouve dans la partie abordant les mouvements rectilignes uniformément variés.

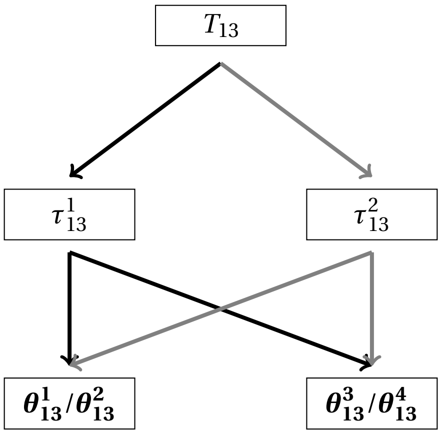

FIGURE 2.23. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_{13} de l'exercice résolu en page 28 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

Exercice 7. ***Exercice 9 en page 34 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]***
Déterminer la valeur de l'accélération aux étapes A, B, C, D, F et H des mouvements représentés à la FIGURE *2.24.*

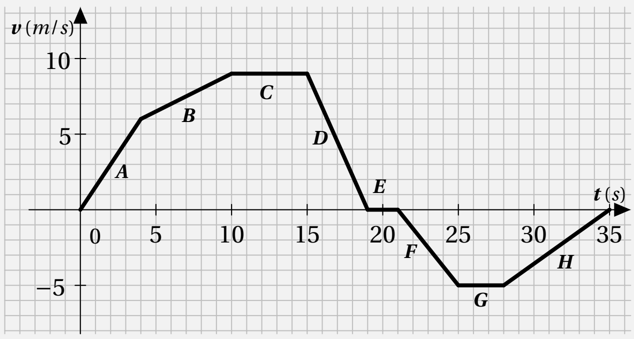

FIGURE 2.24. – Graphique vitesse-temps représentant la situation

Dans cet exercice, le type de tâche, noté T_{14}, correspond à déterminer la grandeur de l'accélération d'un mobile en MRUV, sur base d'un graphique vitesse-temps.

T_{14} : déterminer la grandeur de l'accélération d'un mobile en MRUV, sur base d'un graphique vitesse-temps.

La première technique présentée est très similaire à celle utilisée lors de la résolution de T_9, à savoir τ_9^1. Seules les variables x_1 et x_2 sont remplacées par v_1 et v_2. Le type de mouvement et le graphique utilisé en sont les causes. Nous décidons de garder la notation τ_9^1 pour la technique. Nous la rappelons en effectuant les modifications nécessaires. Notons que les technologies, quant à elles, sont belles et bien différentes.

TECHNIQUE τ_9^1

1. Identifier la période de temps considérée sur base d'un graphique vitesse-temps.

2.a. Calculer $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$.

2.b. Calculer la valeur de l'angle α et en prendre sa tangente, $\tan(\alpha)$ (voir le schéma présenté en FIGURE 2.15 page 37).

2.c. Calculer $\frac{\Delta v}{\Delta t}$.
Cette partie est utilisée dans le manuel.

TECHNOLOGIES

Technologie θ_{14}^1 (permettant de justifier 2.a).	Technologie θ_9^1 (permettant de justifier 2.b).	Technologie θ_{13}^2 (permettant de justifier 2.c).
Tel qu'expliqué en page 26 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011], en MRUV, « la loi des vitesses, portée en graphique[14], montre une fonction du premier degré où le coefficient angulaire est la valeur de l'accélération a ». Or, la pente d'une droite se calcule en effectuant le rapport entre la différence des ordonnées de deux points de la droite et la différence des abscisses de ces mêmes points. L'opération à effectuer est donc bien la suivante $$\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$ où (t_1, v_1) et (t_2, v_2) sont les coordonnées de deux points de la droite.	Par définition, la tangente d'un angle α dans un triangle rectangle est le rapport entre les côtés opposé et adjacent à cet angle. Dans notre cas, $\tan(\alpha) = \frac{v_2 - v_1}{v_2 - v_1}$ qui est la même formule que celle exposée précédemment.	Cette technologie a déjà fait l'objet de la tâche précédente. La définition de l'accélération, le calcul de la pente de la droite et celui de $\tan(\alpha)$ sont aisément compréhensibles.

Cet exercice peut aussi se résoudre via les équations du mouvement, ce qui fait apparaître une nouvelle technique que nous notons τ_{14}^1.

14. Nous sous-entendons ici un graphique vitesse-temps.

TECHNIQUE τ^1_{14}

1.a. Identifier Δv et Δt et résoudre $\Delta v = a\Delta t$ par rapport à a.

1.b. Identifier v, v_0 et t et résoudre $v = v_0 + at$ par rapport à a.

1.c. Identifier Δv et Δt et calculer $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$.

1.d. Identifier v, v_0 et t et calculer $a = \dfrac{v - v_0}{t}$.

TECHNOLOGIES

Technologie θ^3_{14} (permettant de justifier 1.a).	Technologie θ^1_{13} (permettant de justifier 1.b).	Technologie θ^2_{13} (permettant de justifier 1.c).	Technologie θ^4_{14} (permettant de justifier 1.d).
Cette technologie découle de θ^2_{13} présentant la définition de l'accélération suivante $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$ Il reste à isoler Δv dans la formule susmentionnée afin de retrouver celle exposée en 1.a.	La justification est analogue à précédemment si ce n'est que la seule inconnue, dans le cas présent, est l'accélération.	Cette technologie a été exposée lors du type de tâche précédent.	Cette technologie découle de θ^2_{13} présentant la définition de l'accélération suivante $$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}.$$ En prenant $t_0 = 0$, nous retrouvons la formule usitée en 1.d.

PRÉ-REQUIS

Les pré-requis nécessaires sont identiques à ceux présentés pour T_9 de l'**Exercice** 3 dont l'énoncé est exposé page 35.

CONSIDÉRATIONS DIDACTIQUES

Une coquille est trouvée au sein de la définition du MRUV du manuel [Poncin, J., et al., 2004], page 29. Il y est en effet stipulé qu'un « mobile est en mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV) si sa trajectoire est une droite et si son accélération est constante, autrement dit si la vitesse varie (augmente ou diminue) linéairement au cours du temps ». Or, lors d'un MRUV, la trajectoire n'est en aucun cas une droite puisque l'équation du mouvement est du second degré et elle est donc représentée par une parabole. La trajectoire rectiligne est propre au MRU et non au MRUV. Cette erreur dans le livre peut amener une certaine confusion chez les élèves.

Bien que seul un graphique soit présenté dans l'énoncé, nous remarquons ici qu'il est parfois possible de résoudre un exercice aussi bien graphiquement qu'analytiquement via les équations du mouvement. Cela laisse donc libre choix de fonctionner en fonction de nos propres préférences.

En outre, nous voyons une fois encore que de nombreuses formules se ressemblent dans les différentes étapes, les unes étant celles transposées des autres. Nous ne revenons plus en détail sur cette considération didactique précédemment abordée.

REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE

La représentation schématique de l'analyse praxéologique liée au type de tâche T_{14} est illustrée en FIGURE 2.25.

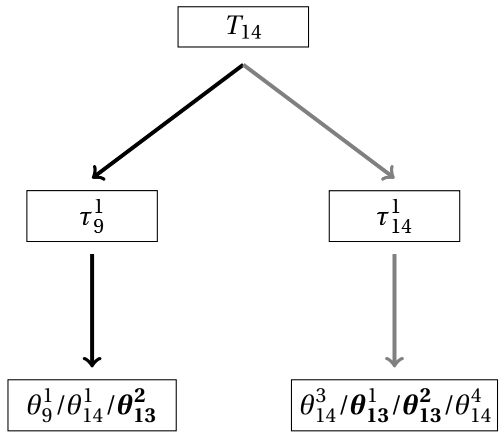

FIGURE 2.25. – Schématisation de l'organisation praxéologique du type de tâche T_{14} de l'exercice 9 en page 34 du manuel [Bribosia, A., et al., 2011]

2.4. Occurrence des types de tâches

Comme son titre l'indique, cette section relève l'occurrence des différents types de tâches présentés au cours de ce chapitre. Nous proposons d'ailleurs un récapitulatif des types de tâches du manuel [Bribosia, A., et al., 2011] en TABLE 2.1 (page 53). Nous nous intéressons maintenant de savoir à combien de reprises ces types de tâches interviennent dans [Bribosia, A., et al., 2011] mais aussi dans [Poncin, J., et al., 2004]. Une liste d'exercices provenant de ce second manuel et faisant intervenir l'un ou l'autre type de tâche de la TABLE 2.1 est présentée en ANNEXE B. Citons simplement ici que d'autres types de tâches n'ayant pas été traités dans [Bribosia, A., et al., 2011] sont repris dans [Poncin, J., et al., 2004].

Nous remarquons que l'ensemble des exercices de [Poncin, J., et al., 2004] portant sur le MRU font appel à T_2 : trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU sur base de la lecture du graphique position-temps représentant la situation. Ce type de tâche est présenté à trois reprises au cours de l'analyse de [Bribosia, A., et al., 2011]. Il semble donc que T_2 soit très sollicité. Dans la partie MRUV, les types de tâches T_{12}, T_{13} et T_{14} sont répartis plus équitablement. Ils sont en effet repris une fois chacun dans [Bribosia, A., et al., 2011] et dans [Poncin, J., et al., 2004], T_{14} étant présent à deux reprises dans le second manuel. Nous remarquons que dans chacun des bouquins, un exercice regroupe T_{13} et T_{14}, mélangeant MRU et MRUV. Pour rappel, il est normal de ne retrouver aucun exercice faisant intervenir les vecteurs dans [Poncin, J., et al., 2004], celui-ci étant destiné au réseau officiel. Ce même manuel accorde beaucoup d'importance aux résolutions essentiellement graphiques. Il serait dès lors intéressant de procéder à une analyse telle que celle effectuée dans ce travail pour [Bribosia, A., et al., 2011] afin de faire émerger de nouveaux types de tâches.

Type de tâche	**Dénomination**
T_1	Tracer le graphique position-temps d'un mobile en MRU.
T_2	Trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU sur base de la lecture du graphique position-temps représentant la situation.
T_3	Trouver le point de rencontre de deux mobiles en MRU, par calcul.
T_4	Tracer un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position.
T_5	Déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-position.
T_6	Calculer la grandeur du vecteur déplacement total en MRU sur base d'un graphique position-position.
T_7	Calculer la distance totale parcourue en MRU sur base d'un graphique position-position.
T_8	Calculer la distance totale parcourue en MRU sur base d'un graphique position-temps.
T_9	Calculer la vitesse moyenne d'un mobile en MRU, pour un intervalle de temps fixé, sur base d'un graphique position-temps.
T_{10}	Déterminer la durée de l'immobilité totale d'un mobile en MRU sur base d'un graphique position-temps.
T_{11}	Déterminer la grandeur d'un vecteur déplacement en MRU sur base d'un graphique position-temps.
T_{12}	Calculer la distance totale parcourue en MRU via l'équation mathématique du mouvement.
T_{13}	Calculer la distance totale parcourue en MRUV via l'équation mathématique du mouvement.
T_{14}	Déterminer la grandeur de l'accélération d'un mobile en MRUV sur base d'un graphique vitesse-temps.

TABLE 2.1. – Tableau récapitulatif des types de tâches présentés dans ce second chapitre

2.5. Conclusion

Ce chapitre a abordé l'analyse praxéologique d'exercices de physique issus de manuels belges portant sur le thème de la cinématique et, plus particulièrement, sur les mouvements rectilignes uniformes (MRU) et uniformément variés (MRUV). Suite à cette étude, nous remarquons que des convergences et divergences existent entre les deux disciplines que sont les mathématiques et la physique. Nous jugeons opportun de nous attarder plutôt sur le point prépondérant qui diffère entre les deux matières, à savoir les graphiques en mathématiques confrontés à ceux abordés en physique, puisque des confusions et/ou des problèmes de compréhension peuvent en découler chez les élèves. Par ailleurs, nous relevons également qu'il est possible de résoudre divers exercices via la dérivation et/ou l'intégration, fournissant ainsi de nouvelles méthodes de résolution.

En mathématiques les fonctions s'écrivent sous la forme $f(x) = \ldots$, où x correspond à la variable. Le graphique est donc de type $f(x)$ en ordonnées et la variable x en abscisses. Prenons maintenant, par exemple, l'équation de la position d'un mobile en MRU qui, elle, s'écrit sous forme $x(t) = \ldots$, où t correspond à la variable et $x(t)$ à l'évaluation de la fonction. La représentation graphique d'une telle situation n'alloue plus l'axe des abscisses à x mais bien à la variable t. Puisqu'en physique un grand nombre de graphiques, tous différents les uns des autres, sont réalisés, pensons par exemple au graphique vitesse-temps, il semble intéressant d'insister, peu importe le cours dans lequel nous nous situons, sur ce qu'est réellement la variable dans une équation donnée. Ce, dans le but d'identifier correctement quelles données inscrire sur quel axe. Dans le cours de mathématiques, les fonctions et variables pourraient également être notées différemment, car, en effet, souvent la fonction s'appelle f et la variable est notée $x \ldots$ Jongler avec différentes notations et variables permettrait de moins perturber les élèves.

Certaines formules de cinématique, matière abordée pour rappel en 4^e ou en 5^e selon le réseau, peuvent être retrouvées sur base des dérivées et des intégrales. Effectivement, la vitesse est la dérivée de la position et inversement, la position est l'intégrale de la vitesse, tout comme l'accélération est la dérivée de la vitesse, ou encore la dérivée seconde de la position. Le souci est que ces matières, dérivées et intégrales, sont respectivement vues en 5^e et 6^e secondaire dans le cours de mathématiques et ne sont donc pas forcément acquises lorsque la cinématique est abordée en physique, réduisant ainsi les méthodes de résolution possibles. Pour palier cela, une fois les matières acquises, il serait intéressant de revenir sur les liens existants entre les différentes formules et d'élargir le champ de résolution.

Au vu des diverses observations et constatations didactiques, nous remarquons que la physique, telle qu'enseignée dans l'enseignement secondaire supérieur est une mise en application de certains concepts mathématiques. Cette dernière discipline est, en quelque sorte, un outil de développement, de calcul pour les physiciens et correspond à un ensemble de prérequis indispensables (grandeur d'un vecteur, caractéristiques d'une droite, ...). La physique se base, avant toute chose, sur des exercices et observations de certains phénomènes. De nos jours, les mathématiques permettent la généralisation de ces-dits phénomènes, via un raisonnement abstrait et valable dans tous les cas. Les mathématiques permettent de rendre toute expérience universelle.

Conclusions

Ce présent mémoire met en exergue le fait qu'il existe bien une multitude de techniques, autres que celles présentées dans les manuels de physique de référence, permettant de résoudre des problèmes de cinématique en lien avec les MRU et MRUV. Toutes ces méthodes de résolution, pouvant être utilisées en physique, exigent de nombreux pré-requis mathématiques tels que l'équation d'une droite et l'interprétation de ses paramètres, le calcul de la grandeur d'un vecteur, ... Ces divers procédés laissent à tous les acteurs, enseignants comme élèves, le choix de la résolution, une grande ouverture d'esprit étant dans ce cas requise. La recherche des justifications des étapes de résolution, souvent absentes des manuels de physique, amène à comprendre en profondeur le raisonnement et implique le développement de l'esprit critique.

Ce travail permet d'affirmer qu'une communication, voire même une collaboration, entre les enseignants de mathématiques et de physique est nécessaire dans l'intérêt de tous. Le processus qui lie les deux disciplines en mettant en application le fait d'inclure des exercices de physique tels qu'abordés dans cette branche, dans les cours de mathématiques, ne peut que mettre en avant cette dernière discipline. En effet, les formules vues comme très théoriques en mathématiques paraissent moins abstraites et trouvent du sens, en particulier dans la cinématique (MRU et MRUV). Partir d'un problème physique pour aboutir à une théorie mathématique telle que « le MRU et l'expression d'une droite » ne peut que donner du poids à l'immatériel et par conséquent aux mathématiques. Dans le même ordre d'idée, l'enseignant de physique peut alors rebondir sur ce qui a été vu en mathématiques. Un tel procédé nécessite évidemment un partage de connaissances des différents professeurs mais aussi leur adhésion à cette idée.

Notre analyse, bien que basée sur des exercices, reste du domaine de la théorie. Qu'en est-il concrètement dans l'enseignement ? Sur le terrain, l'utilisation diversifiée des méthodes est-elle appliquée ? Demande-t-on aux élèves d'apporter des justifications ? Il semble dès lors utile de poursuivre notre étude et s'interroger sur les réelles pratiques de terrain. Afin de savoir si les professeurs des deux disciplines établissent régulièrement les différents liens possibles et mettent en place une réelle collaboration, nous présentons en ANNEXE C, deux questionnaires que nous avons réalisés, l'un destiné aux enseignants de physique et l'autre aux élèves. Les résultats de ces questionnaires permettraient de nous informer sur les pratiques institutionnelles. Notre étude pourrait alors servir de base à une réflexion continue des enseignants dans leurs recherches de pistes aidant les élèves à appréhender plus facilement ces matières complexes.

Table des figures

BIBLIOGRAPHIE

[Bribosia, A., et al., 2011] Bribosia, A., et al., *Physique* 5^e*, Sciences générales*, De Boeck, Bruxelles, Belgique, 2011.

[Bribosia, A., et al., 2011, corrigé] Bribosia, A., et al., *Physique* 5^e*, Sciences générales, corrigé et notes méthodologiques*, De Boeck, Bruxelles, Belgique, 2011.

[Chevallard, Y., 1991] Chevallard, Y., *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage (2e édition revue et augmentée, en coll. avec Marie-Alberte Joshua, 1re édition 1985), Grenoble, France, 1991.

[Chevallard, Y., 1998] Chevallard, Y., *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique*, IREM de Clermont-Ferrand, 91-120, 1998.

[Chevallard, Y., 2002] Chevallard, Y., *Organiser l'étude : 1. Structures & fonctions*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 3-32, 2002.

[Clerc, J-B. et al., 2006] Clerc, J-B. et al., *La transposition didactique*, 1-6, 2006.

[Colomb, J. et Chevallard, Y., 1986] Colomb, J. et Chevallard, Y., 1986, *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*, Revue française pédagogique, volume 76, 89-91, 1986.

[De Vleeschouwer, M., 2010] De Vleeschouwer, M., *Enseignement à l'Université, perspective institutionnelle et contrat didactique. Le cas de la dualité en algèbre linéaire (Partie 1)*, Université de Namur, Namur, Belgique, 2010.

[Lhotellier, A. et St-Arnaud, Y., 1994] Lhotellier, A. et St-Arnaud, Y., *Pour une démarche praxéologique*, Nouvelles pratiques sociales, volume 7, numéro 2, 93-109, 1994.

[Poncin, J., et al., 2004] Poncin, J., et al., *Physique* 4^e*, 2 périodes/semaine, cinématique*, Centre technique et pédagogique de l'Enseignement de la Communauté française, Frameries, Belgique, 2004.

[Quarez, R., 2016] Quarez, R., *Axiomatique d'Euclide-Hilbert*, Université de Rennes, France, 2016.

[Roubtsov, V., 2016] Roubtsov, V., *Géométrie dans l'espace à trois dimensions*, Université d'Angers, Angers, France, 2016.

[Soule-Nan B., 1992] Soule-Nan B., *Une progression de Mathématiques en Baccalauréat Professionnel*, IREM des pays de Loire, volume 1, 1-9, France, 1992.

[Tavignot, P., 1995] Tavignot, P., *A propos de la transposition didactique en didactique des mathématiques*, SPIRALE - Revue de Recherches en Education, numéro 15, 31-60, 1995.

[Xhonneux, S., 2011] Xhonneux, S., *Regard institutionnel sur la transposition didactique du Théorème de Lagrange en mathématiques et en économie*, Université de Namur, Namur, Belgique, 2011.

Annexe A

Résolution d'exercices du manuel Physique 5e, Sciences générales

Exercice résolu

Premier exercice

a. Énoncé

Deux automobilistes quittent Mons en voiture pour se rendre à une foire à Francfort. Le premier (1) part à 8h00 et effectue le trajet à la vitesse constante de 100 km/h. Le second (2) part une demi-heure plus tard ; sa vitesse constante est de 120 km/h.

– Sur un même graphique position – temps, représenter la position de chaque mobile au cours du temps.

– Trouver à quelle distance de Mons a lieu le dépassement et à quel moment :

a) sur le graphique ;

b) par calcul.

b. Graphique position – temps

Convenons de placer l'origine 0 de l'axe des positions à Mons.

Pour chaque mobile, plaçons sur le graphique (fig. 1.18) deux points qui appartiennent à la droite décrivant son mouvement.

- Pour le mobile 1 :

  t_1 = 8h00, $x_1 = 0$ km ;

  t_2 = 9h00, $x_2 = v \cdot \Delta t = 100 \cdot 1 = 100$ km.

- Pour le mobile 2 :

  t_1 = 8h30, $x_1 = 0$ km ;

  t_2 = 9h30, $x_2 = v \cdot \Delta t = 120 \cdot 1 = 120$ km

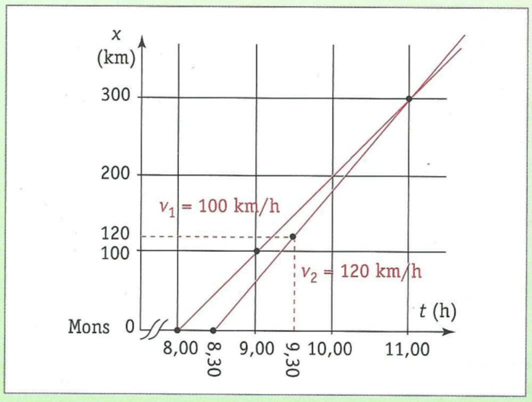

Figure 1.18

Lors du dépassement, les valeurs de x et de t sont identiques. Par conséquent ceci correspond au point d'intersection des deux droites :

x = 300 km et t = 11h00

c. Résolution numérique

Pour résoudre ce problème, nous exprimons les distances en kilomètres et les durées en heures.

Il existe deux méthodes de calcul numérique pour résoudre ce problème.

Première méthode

Fixons l'origine des distances à Mons et l'instant zéro à 8h30.

À ce moment, le premier mobile a parcouru la distance :

$$v_1 \cdot t = 100 \cdot 0{,}5 = 50 \text{ km}$$

Donc[1] : $x_{1,0} = 50$ km

$x_{2,0} = 0$ km

Équation des deux mouvements :

– mobile 1 : $x_{1,t} = x_{1,0} + v_1 \cdot t$

$$x_{1,t} = 50 + 100 \cdot t \quad (1)$$

– mobile 2 : $x_{2,t} = x_{2,0} + v_2 \cdot t$

$$x_{2,t} = 0 + 120 \cdot t \quad (2)$$

Au moment où le mobile 2 dépasse le mobile 1, ils se trouvent tous les deux à la même position x : $x_{1,t} = x_{2,t}$.

C'est-à-dire que (1) = (2).

$$50 + 100 \cdot t = 120 \cdot t$$

D'où : $20 \cdot t = 50$.

Donc : $t = 2{,}5$ h soit 2h30.

L'heure du dépassement est : 8h30 + 2h30 = 11h00.

À cet instant la position des deux véhicules est :

$$x_1 = 50 + 100 \cdot 2{,}5 = 300 \text{ km} \quad (1)$$

ou $x_2 = 120 \cdot 2{,}5 = 300$ km (2)

Les deux mobiles se trouvent donc à 300 km de Mons.

[1] Le symbole $x_{1,0}$ signifie position du premier mobile à l'instant initial $t = 0$ s.

Deuxième méthode

Fixons l'origine des distances à Mons et l'instant initial à 8h00.

Équation des deux mouvements :

– mobile 1 : $x_{1,t} = x_{1,0} + v_1 \cdot t$

$$x_{1,t} = 0 + 100 \cdot t \quad (1)$$

– mobile 2 : $x_{2,t} = x_{2,0} + v_2 \cdot t$

Mais $x_{2,t} = 0$ m entre $t = 0$ h et $t = 0{,}5$ h.

À l'instant $t > 0{,}5$ h le mobile 2 est en mouvement depuis $t - 0{,}5$ h. Il a parcouru une distance $120 \cdot (t - 0{,}5)$.

Donc :

$$x_{2,t} = 0 + 120 \cdot (t - 0{,}5) \quad (2)$$

Au moment où le mobile 2 dépasse le mobile 1, ils se trouvent tous les deux à la même position x : $x_{1,t} = x_{2,t}$.

C'est-à-dire que (1) = (2).

$$100 \cdot t = 120 \cdot (t - 0{,}5) \quad \text{ou} \quad 100 \cdot t = 120 \cdot t - 60$$

Donc, $20 \cdot t = 60$.

$$t = 3{,}0 \text{ h soit 3h00}$$

L'heure du dépassement est donc : 8h00 + 3h00 = 11h00.

À cet instant la position des deux véhicules est :

$$x_1 = 100 \cdot 3 = 300 \text{ km} \quad (1)$$

ou $x_2 = 120 \cdot (3 - 0{,}5) = 300$ km (2)

Les deux mobiles se trouvent donc à 300 km de Mons.

Annexe B

Enoncés d'exercices provenant de [Poncin, J., et al., 2004]

B.1. Partie sur le MRU

Exercice 7 en page 18 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Deux voitures partent en même temps de deux villes A et B distantes de $120km$. Elles roulent l'une vers l'autre. La voiture partie de A roule à $60km/h$, celle partie de B à $90km/h$. Déterminez graphiquement à quelle heure et à quelle distance de la ville A les voitures se croiseront.

Exercice 8 en page 19 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Deux automobilistes A et B partent d'un même endroit sur la même route rectiligne. Elles roulent dans le même sens. A part à 13h et B à 13h30 min. A roule à $80km/h$ et B à $110km/h$. Déterminez graphiquement l'heure et l'endroit du dépassement.

Exercice 9 en page 19 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Deux trains venant de deux gares A et B distantes de 400 km roulent l'un vers l'autre sur des voies parallèles. Le premier, parti de A à midi, roule à $120km/h$. Le second, parti de B deux heures plus tôt, roule à $80km/h$. Déterminez graphiquement l'heure et l'endroit du croisement.

Exercice 10 en page 19 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Un piéton part d'une localité A à 9h. Un cycliste part de B à 10h. Il y a $35km$ entre A et B. Ces deux personnes se dirigent l'une vers l'autre sur le chemin rectiligne AB. Le piéton marche à $4km/h$. Le cycliste roule à $20km/h$. Trouvez graphiquement,

1. *A quel endroit et à quelle heure ils se croiseront ;*
2. *(...)*

Exercice 11 en page 19 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Il y a $200km$ entre Arlon et Bruxelles. A 9h, un autocar quitte Bruxelles vers Arlon. A 10h, une voiture part d'Arlon en direction de Bruxelles. La vitesse du car est de $60km/h$, celle de la voiture de $120km/h$. Trouvez graphiquement à quelle heure et à quel endroit ils se croisent.

Exercice 12 en page 19 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Laurent quitte la maison à 8h et marche à $4km/h$ pour se rendre à l'école. A 8h15 min, son grand-père se rend compte qu'il a oublié son journal de classe et enfourche son vélo pour le lui apporter en roulant à $15km/h$. Trouvez par graphique où et quand il rattrapera son petit-fils distrait; (Il y a $2km$ entre la maison et l'école.)

B.2. Partie sur le MRUV

Exercice 13 en page 37 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Un train roule à $72km/h$ lorsque, à l'approche d'une gare, le mécanicien actionne les freins. Le train s'arrête en $15s$. Calculez l'accélération (supposée constante) et la distance de freinage.

Exercice 15 en page 38 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Un ascenseur se déplace du rez-de-chaussée au treizième étage d'un immeuble. L'évolution de sa vitesse est donnée par le graphique ci-contre.

1. *Quelle distance parcourt-il pendant les 3 premières secondes de son mouvement?*
2. *Quelle est son accélération en $t = 3s$?*

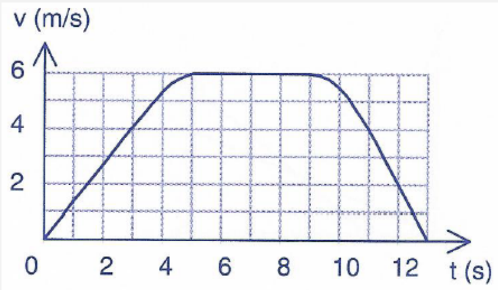

FIGURE B.1. – Illustration de la problématique (image issue de [Poncin, J., et al., 2004], p.38)

Exercice 24 en page 39 du manuel [Poncin, J., et al., 2004]
Un conducteur roulant à $54km/h$ se trouve à $22m$ d'un feu lorsque celui-ci vire à l'orange. Sachant que le feu reste orange durant $2,7s$ et que le temps de réaction moyen est de $,7s$, le conducteur a-t-il le temps, s'il décide de décélérer ($1,5m/s^2$), de traverser le carrefour, large de $20m$, avant que le feu ne devienne rouge? S'il choisit de freiner ($a = -5m/s^2$), peut-il s'arrêter avant le carrefour? Justifiez les réponses.

Annexe C

Questionnaires

Cette annexe reprend deux questionnaires, l'un adressé aux enseignants de physique et l'autre, aux élèves de 4^{e} secondaire de l'enseignement officiel ou de 5^{e} secondaire de l'enseignement libre. Les réponses doivent obligatoirement porter sur les mouvements rectilignes uniformes (MRU) et uniformément variés (MRUV).

C.1. Questionnaire enseignant

Contexte : ce questionnaire se base sur le thème de cinématique, et plus particulièrement sur les parties concernant les mouvements rectilignes uniformes (MRU) et uniformément variés (MRUV). Merci de bien répondre aux questions uniquement en fonction de ces critères.

1. Communiquez-vous avec vos collègues physiciens pour l'élaboration de vos cours ?
   ☐ Oui.
   ☐ Non.
   Si oui, de quelles manière et quels sont les avantages que vous en retirez ?
   ....
   ....
   Si non, pourquoi ?
   ....
   ....

2. Communiquez-vous avec vos collègues mathématiciens pour l'élaboration de vos cours ?
   ☐ Oui. Donnez un exemple :
   ....
   ....
   ☐ Non.
   Si oui, quels sont les avantages que vous en retirez ?
   ....
   ....
   Si non, pourquoi ?
   ....
   ....

3. Trouvez-vous utile que dans les manuels de mathématiques soient intégrés des exercices tels qu'exploités réellement en physique ?

☐ Oui.
☐ Non.
Si oui, pourquoi ?
....
....
Si non, pourquoi ?
....
....
A votre avis, qu'est-ce que cela apporterait à votre cours ?
....
....
A votre avis, qu'est-ce que cela apporterait à vos élèves ?
....
....

4. Vous arrive-t-il d'associer la cinématique (MRU et MRUV) à des notions purement mathématiques telles que l'expression d'une droite, la dérivation, ...
☐ Oui.
☐ Non.
Si oui, dans quel cadre ? (donnez un exemple)
....
....
Si non, pourquoi ?
....
....

5. Vos élèves vous ont-ils déjà fait des propositions de résolutions auxquelles vous n'aviez pas songé ?
☐ Oui.
☐ Non.
En avez-vous retiré quelque chose ?
☐ Oui.
☐ Non.
Si oui, expliquez :
....
....
En avez-vous profité pour faire évoluer votre cours différemment ?
☐ Oui.
☐ Non.
Si oui, expliquez :
....
....
Avez-vous partagé cette « nouvelle méthode » avec d'autres élèves et enseignants ?
☐ Oui, avec les élèves et les enseignants car
....
....
☐ Uniquement avec les élèves car
....
....

☐ Uniquement avec les enseignants car
....
....
☐ Non car
....
....

6. Jugez-vous important d'expliquer le « pourquoi » des différentes étapes aux élèves?
☐ Oui car
....
....
☐ Non car
....
....
Vous arrive-t-il de le faire?
☐ Jamais.
☐ Parfois ($\leq$ 2 exercices sur 10).
☐ Souvent (entre 2 et 5 exercices sur 10).
☐ Très souvent ($\geq$ 6 exercices sur 10).

7. Dans les justifications, apportez-vous la réflexion mathématique et physique lorsque l'occasion se présente?
☐ Oui.
☐ Non.
Si oui, donnez un exemple concret :
....
....

C.2. Questionnaire élève

Contexte : ce questionnaire se base sur le thème de cinématique, et plus particulièrement sur les parties concernant les mouvements rectilignes uniformes (MRU) et uniformément variés (MRUV). Merci de bien répondre aux questions uniquement en fonction de ces critères.

1. Votre enseignant vous propose-t-il différentes méthodes de résolution pour un même exercice?
☐ Oui.
☐ Non.
Si oui, à quelle fréquence?
☐ Parfois ($\leq$ 2 exercices sur 10).
☐ Souvent (entre 2 et 5 exercices sur 10).
☐ Très souvent ($\geq$ 6 exercices sur 10).
Si non, aimeriez vous qu'il le fasse?
☐ Oui car
....
....
☐ Non car
....
....

2. Parvenez-vous à justifier sans difficulté les différentes étapes de résolution ?
   ☐ Oui.
   ☐ Non.
   Si non, quelles difficultés éprouvez-vous ?
   ☐ Trouver les idées.
   ☐ Formuler les idées
   ☐ Manque d'entraînement.
   ☐ Justifications manquantes en classes.
   ☐ Justifications proposées incomprises.
   ☐ Autre(s) (précisez) :
   ....
   ....

3. Des liens entre les cours de physique et de mathématiques existent. Les remarquez-vous ?
   ☐ Oui.
   ☐ Non.
   Sont-ils réalisés par vos professeurs ?
   ☐ Oui.
   ☐ Non.
   Si oui, pouvez-vous me donner un exemple ?
   ....
   ....
   Jugez-vous cela utile ?
   ☐ Oui car
   ....
   ....
   ☐ Non car
   ....
   ....
   Comprenez-vous ces liens ?
   ☐ Oui car
   ....
   ....
   ☐ Non car
   ....
   ....